TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

ESSI RASIMUS

KEHITTÄMISTUTKIMUS YRITYSYHTEISTYÖPROJEKTEISTA YLÄKOULUN MATEMATIIKAN OPETUKSESSA

Diplomityö

Tarkastajat: Leht. Terhi Kaarakka, prof.
Petri Nokelainen, toht.koul. Elina Viro
Tarkastajat ja aihe hyväksytty
Luonnontieteiden tiedekuntaneuvoston
kokouksessa 7.9.2016

TIIVISTELMÄ

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma
ESSI RASIMUS:Kehittämistutkimus yritysyhteistyöprojekteista yläkoulun matematiikan opetuksessa
Diplomityö, 107 sivua, 54 liitesivua
Heinäkuu 2017
Pääaine: Matematiikka
Tarkastajat: Leht. Terhi Kaarakka, prof. Petri Nokelainen, toht.koul. Elina Viro
Avainsanat: projektioppiminen, kehittämistutkimus, matematiikan opetus, matematiikan oppiminen

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014 otetaan käytäntöön peruskoulun vuosiluokilla 7.–9. vuosina 2017–2019. Opetussuunnitelman perusteissa nousee esiin laaja-alainen osaaminen, yhteistyötaidot, toiminnalliset työtavat sekä työelämän taidot. Opetussuunnitelman käyttöönotto vaatii opettajilta monipuolisten opetusmenetelmien käyttöä. Projektioppiminen opetusmenetelmänä tukee opetussuunnitelman perusteiden 2014 tavoitteita.

Diplomityössä on suunniteltu kolme projektia matematiikan opetukseen vuosiluokille 7.–9. Projektit on suunniteltu yhteistyössä Scanclimber Oy:n, Trestima Oy:n ja Reaktorin kanssa. Reaktorin kanssa yhteistyössä suunnitellusta projektista tehtiin kehittämistutkimus. Kehittämistutkimuksen tavoitteena oli jatkokehittää projektia mahdollisimman hyväksi, sekä tutkia oppilaiden motivaation muutosta projektityöskentelyn aikana. Tutkimuksessa tehtiin yksi kehittämissykli, jossa kartoitettiin taustatietoja, suunniteltiin projekti, toteutettiin projekti, analysoitiin projektin testausta ja päivitettiin projektiohjetta tutkimuksessa kerätyn aineiston mukaisesti. Aineistoa kerättiin kyselylomakkeilla, havainnoimalla ja haastatteluilla.

Tutkimuksen mukaan projektin aikana ei tapahtunut muutosta oppilaiden motivaatiossa. Kuitenkin tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden loogisen ajattelun todettiin parantuneen. Kehittämistutkimuksen avulla löydettiin kehittämiskohteita projektin rakenteeseen, toteutukseen ja ohjeisiin. Projektia kannattaisi tulevaisuudessa kehittää lisää kehittämistutkimuksen keinoin. Kehittämistutkimus voisi sopia myös muiden projektien kehittämiseen.

ABSTRACT

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
Master's Degree Programme in Science and Engineering
ESSI RASIMUS: Design-based research on corporate co-operation projects on mathematics in grades 7 through 9
Master of Science Thesis, 107 pages, 54 Appendix pages
July 2017
Major: Mathematics
Examiner: Leht. Terhi Kaarakka, prof. Petri Nokelainen, toht.koul. Elina Viro
Keywords: Project-based learning, design-based research, mathematics teaching, mathematics learning

The Finnish national core curriculum of 2014 will be put into practice between 2017 and 2019 for comprehensive school grades 7–9. The curriculum emphasizes wide-ranging knowledge, co-operation skills, functional working methods and skills in working life. Introduction of the curriculum requires teachers to use versatile educational methods. Project-based learning as an educational method supports the goals of national core curriculum of 2014.

Three projects for mathematics education on grades 7–9 are planned in this master's thesis. The projects have been designed in co-operation with Scanclimber Oy, Trestima Oy and Reaktor. A design-based research was conducted on project designed with Reaktor. The purpose of this design-based research was to further develop the project as well as to study the changes on pupil's motivation during the project. The study included one development cycle. During the cycle background information was mapped, the project was designed and tested, project testing was analyzed, and the project procedure updated in accordance with the data collected in the research. Project data was collected through questionnaires, observation and an interview.

Study found no change in pupil's motivation during the project. Despite this the logical thinking of pupils who participated in the study was found to have improved. Design-based research found a lot of development targets for the design, implementation and instructions of the project. In the future, the project should be further developed through means of design-based research. Design-based research could also be suitable for developing other projects.

ALKUSANAT

Tämä työ on tehty Tampereen teknillisen yliopiston matematiikan laboratoriolla. Kiitän matematiikan laboratoriota kesätyöpaikasta, jonka aikana tämän diplomityön tekeminen alkoi, ja kiinnostavasta diplomityöaiheesta, jossa voin yhdistää sekä matematiikan että kasvatustieteet.

Haluan kiittää työni mahdollistaneita henkilöitä. Kiitän työn ohjaamisesta ja tarkastamisesta lehtori Terhi Kaarakkaa, professori Petri Nokelaista ja tohtorikoulutettava Elina Viroa. Erityiskiitoksen haluan osoittaa Elinalle, joka oli aina valmis auttamaan, ideoimaan ja keskustelemaan työstäni. Lisäksi kiitos kuuluu yhteistyöyrityksille, yritysten yhteyshenkilöille sekä opettajille, jotka osallistuivat luokkansa kanssa tutkimukseen.

Suurimmat kiitokset osoitan läheisilleni. Perheen ja ystävien tuki on mahdollistanut opiskeluni kuluneina vuosina. Poikaystäväni ansaitsee sydämelliset kiitokset avusta, kannustuksesta, keskusteluista ja koiran ulkoiluttamisesta diplomityön aikana.

Sastamala, 20.7.2017

Essi Rasimus

SISÄLLYS

LYHENTEET JA MERKINNÄT

BIE	The Buck Institute for Education
$\mathbb{R}$	reaalilukujen joukko
X, Y	satunnaismuuttujia
x, y	satunnaismuuttujien arvoja
Ω	yleinen otosavaruus
$f(x)$	tiheysfunktio
$\sum$	summamerkintä
P	pistetodennäköisyys
$\mathbb{R}^2$	kaksiulotteinen reaaliavaruus
F	kertymäfunktio
μ, E	odotusarvo
σ^2	varianssi
σ	keskihajonta
σ_{XY}	satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssi
ρ_{XY}	satunnaismuuttujien X ja Y korrelaatio
Mo	moodi
Md	mediaani
$\bar{x}$	aritmeettinen keskiarvo
s	otoskeskihajonta
v	variaatiokerroin
$N(\mu, \sigma^2)$	normaalijakauma
Z	standardoitu normaalijakautunut satunnaismuuttuja
e	Neperin luku
$\chi^2(n)$	χ^2-jakauma vapausasteella n
Γ	Eulerin gammafunktio
H_0	nollahypoteesi
H_1	vastahypoteesi
p	p-arvo, merkitsevyystaso
χ^2	χ^2-testin testin testisuure
A, B	Populaatioita
n_A, n_B	Populaatioiden otoskokoja
U, U_1	Mann-Whitney testin testisuureita

R_A, R_B	Populaatioiden havaintojen järjestyslukujen summia
z	Normitetun Mann-Whitney testin testisuure
T	Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testin testisuure
d	Cohenin efektikoko
g	Hedgen efektikoko
r	Efektikoko Mann-Whitneyn tai Wilcoxonin merkittujen järjestyslukujen testeille
ϕ, ϕ_c	Efektikokoja χ^2-testille
$\odot(M, r)$	ympyrä, jonka keskipiste on M ja säde r
r	ympyrän säde
C	ympyrä
int C	ympyrän C sisäpuoli
ext C	ympyrä C ulkopuoli
P, Q	pisteitä tasolla $\mathbb{R}$
$[PQ]$	pisteiden P ja Q välinen jana
dx, dt	muuttujien x ja t differentiaaleja
$\lim\limits_{x \to x_0}$	raja-arvo, kun muuttuja x lähestyy pistettä x_0
v	nopeus
Δx	matkan muutos
Δv	ajan muutos
$\langle v \rangle$	keskinopeus
p	ympyrän piiri
d	ympyrä halkaisija, kahden koordinaatiston pisteen välinen etäisyys
A	pinta-ala
V	tilavuus
A, B	ei-tyhjiä joukkoja
f	frekvenssi

1. JOHDANTO

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014 otetaan käyttöön yläkouluissa vuosina 2017–2019. Opetussuunnitelman perusteet 2014 nostaa esiin muun muassa ongelmien ratkaisun taidon, yksin ja yhdessä toimimisen, toiminnalliset työtavat sekä työelämän taidot. Uuden opetussuunnitelman käyttöönotto vaatii opettajilta opetusmenetelmien monipuolista hyödyntämistä. Projektioppisella voidaan vastata opetussuunnitelman perusteiden 2014 tarpeisiin. [41]

Projektioppiminen on oppilaslähtöinen opetusmenetelmä, jossa oppimista ohjataan projektin avulla. Projektityöskentelyssä etsitään ratkaisua ongelmaan joko yhdessä tai erikseen. Oppiaineen tietojen lisäksi projektin aikana kehittyvät ongelman ratkaisukyky, käytännön soveltaminen, yhteistyötaidot sekä vastuunottaminen. [7, 18]

LUMA SUOMI-ohjelman Projektioppimisen-hankkeen projektipankkiin suunniteltiin projekteja yhteistyössä yritysten kanssa. Projektipankki on vapaasti opettajien käytettävissä. Projektipankilla voidaan helpottaa opettajien työtaakkaa projektien suunnittelussa ja yritysten löytämisessä. Tämän diplomityön tarkoituksena on esitellä nämä kolme projektia ja kehittää yhtä projektia kehittämistutkimuksen keinoin. Tutkimuskysymykset tässä tutkimuksessa ovat

- Onko projektityöskentelyllä vaikutusta oppilaiden motivaatioon?
- Vaikuttaako projektityöskentely oppilaiden näkemykseen matematiikan hyödyllisyydestä?
- Miten kehittää projektia, että se edistäisi oppimista?

Projektia halutaan kokeilla käytännössä ja kehittää mahdollisimman käyttökelpoiseksi, jotta sen hyödyntäminen osana opetusta olisi mahdollisimman helppoa.

Projektin suunnittelun ja kehittämisen lisäksi tässä diplomityössä esitellään projektioppimisen, kehittämistutkimuksen ja tilastomatematiikan teoriaa. Luvussa 2 tutustutaan projektioppimisen teoriaan, tarkastellaan projektioppimisen sopivuutta perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin 2014 ja esitellään LUMA SUOMI-ohjelma. Kehittämistutkimuksen teoriaan paneudutaan luvussa 3. Kehittämistutkimuksen jälkeen esitellään sitä tilastomatematiikan teoriaa, jota hyödynnetään tutkimuksen analysoinnissa. Tilastoteoriasta käydään läpi jakaumia, tunnuslukuja ja tilastollista testausta.

Yritysten kanssa yhteistyössä suunnitellut projektit on esitelty luvussa 5. Jokaisen projektin kohdalla tutustutaan sen taustalla olevaan matematiikkaan sekä pohjautumiseen opetussuunnitelman perusteisiin. Luku 6 sisältää diplomityön aikana tehdyn kehittämistutkimuksen. Luvussa kerrotaan tutkimuksen toteutuksesta, analysoinnista, tuloksista ja projektin kehittämisestä. Lisäksi pohditaan tutkimuksen luotettavuutta kehittämistutkimuksen keinoin. Viimeisessä luvussa kootaan tutkimuksen keskeisemmät tulokset yhteen, pohditaan tehdyn kehittämistutkimuksen onnistumista ja mahdollisia jatkotutkimuksia.

Projektioppiminen osana opetusta on kehittynyt jo 1900-luvulta alkaen [24, 44]. Projektioppimista matematiikan opetuksessa on tutkittu viime vuosina muun muassa San Diegon yliopistossa, jossa projektioppimisen keinoin kannustettiin naisia opiskelemaan matematiikkaa [15].

Brownia voidaan pitää opetusalan kehittämistutkimuksen kehittäjänä 1990-luvulla. Brown kehitti uutta oppimisympäristöä ja kokeili tuotoksiaan autenttisissa olosuhteissa. [9] Kehittämistutkimuksiin ovat Suomessa 2000-luvulla perehtyneet muun muassa Juuti ja Lavonen [23] sekä Pernaa [46]. Pernaan vuonna 2011 valmistunut väitöskirja käsittelee kehittämistutkimusta, jolla kehitetään tieto- ja viestintätekniikkaa tukevaa kemian opetusta. [46]

Tämän tutkimuksen kannalta on tärkeää tarkastella myös aiemmin tehtyjä diplomitöitä sekä pro-gradu tutkielmia. Tampereen teknillisellä yliopistolla diplomitöitä projektioppimisesta ovat tehneet muun muassa Viro (*Projektioppiminen perusopetuksen vuosiluokkien 7–9 matematiikan opetuksessa* [66]), Salminen (*Projektioppiminen matematiikassa liikunnallisilla projekteilla* [56]) ja Hirn (*Yritysyhteistyöprojektin kehittämistutkimus perusopetuksen luokan 9 matematiikassa* [17]). Ranta-Nilkun Itä-Suomen yliopistolla tehty pro-gradu tutkielma (*Projektioppiminen yläkoulun matematiikan opetuksessa, Oppilaiden kokemuksia funktioprojektista* [51]) on myös osa LUMA SUOMEN Projektioppimisen-hanketta.

Aiemmissa töissä perehdytään tarkasti projektioppimisen teoriaan, joten tässä työssä esitellään projektioppimisen teoriaa ytimekkäästi ja panostetaan kehittämistutkimuksen teoriaan. Aiemmista tutkimuksista Hirn [17] on käyttänyt tutkimuksessaan myös kehittämistutkimusta suunnittelemansa projektin kehittämiseen. Sekä Hirnin [17] tutkimuksessa että tässä tutkimuksessa keskitytään eri yritysten kanssa tehtyjen projektien kehittämiseen, joten tutkimukset eivät ole päällekkäisiä. Myös tutkimusaineiston kerääminen sekä analysointi eroavat toisistaan.

2. PROJEKTIOPPIMINEN

Tässä kappaleessa käsitellään projektioppimisen teoriaa ja esitellään LUMA SUOMI-kehittämisohjelma. Projektioppimisen yhteydessään käydään läpi vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet ja tarkastellaan opetussuunnitelman perusteita projektioppimisen näkökulmasta. Kappaleessa 5 esitellään projektioppimista hyödyntäviä yritysyhteistyöprojekteja yläkoulun matematiikan opetukseen.

Projektioppiminen on oppilaslähtöinen opetusmenetelmä, jossa projektit johdattelevat oppimisprosessin läpi. Projektit pohjautuvat usein tosielämän ongelmiin. [7] Opetussisällön lisäksi projekteissa korostetaan työelämässä tarvittavia käytännön taitoja kuten yhteistyötä, ongelmanratkaisua ja turvallista tiedonetsintää internetistä, joita korostetaan myös opetussuunnitelman perusteissa 2014. [7, 33, 37, 41]

Projektien käyttäminen opetuksen eheyttämiseksi on kehittynyt 1900-luvun vaihteessa vallinneesta amerikkalaisesta pragmatismista. Opetuksen eheyttämisellä tarkoitetaan opetuksen rakentamista kokonaisuuksiksi, jossa yksiköitä kuten oppiaineita ei eritellä toisistaan [48, s. 15–16]. Projektityöskentelyn periaatteiden kehittäjänä on nähty filosofi ja kasvatustieteilijä John Dewey (1859–1952), vaikka Dewey ei kehittänyt projektityöskentelyn menetelmiä eikä kutsunut kokeilujaan projekteiksi. Dewey korosti yhteisökeskeistä koulua, jonka opetus korosti aktiivista ja sosiaalista toimintaa. [44, s. 11–14]

Projekteja on kuitenkin käytetty opetusmenetelmänä jo aiemmin muualla Yhdysvalloissa, mutta näitä työtehtäviä ei ole kutsuttu projekteiksi. Charles R. Richard on alkanut käyttää termiä projekti opetuskäsitteenä ensimmäisen kerran vuonna 1900. Kuitenkin projektityöskentelyn menetelmällisenä kehittäjän on pidetty William Heard Kilpatrickia (1871-1965). [44, s. 14–22] Kilpatrick kuvailee projektimetodin ”täydestä sydämestä tapahtuvaksi tarkoitukselliseksi toiminnaksi, joka suoritetaan sosiaalisessa ympäristössä” (engl. ”wholehearted purposeful activity proceeding in a social environment, or more briefly, in the unit element of such activity, the hearty purposeful act”) [24, 44].

2.1 Määritelmä

Projektioppimiselle ei ole yhtenäistä määritelmää, mistä johtuen eri lähteet määrittelevät projektioppimisen eri tavoin. [28, s. 2][33, s. 4][44, s. 2] Käsitteitä projektiopiskelu (project study), projektityöskentely (project work), projektimetodi (project method), projekteihin perustuva oppiminen (project-based learning) on käytetty kirjallisuudessa [44, s. 2] toistensa synonyymeinä. Seuraavaksi esitellään erilaisia tapoja määritellä projektioppiminen.

Hirsjärvi [18, s. 152] määrittelee projektimetodin ja projektiopiskelun omiksi käsitteikseen. Projektimetodi on progressiivinen opetusmenetelmä, jossa opettajat ja oppilaat suunnittelevat yhdessä työkokonaisuuksia eli projekteja. Projektimetodin mukaan oppilas asettaa itse tavoitteet ja arvioi tavoitteiden saavuttamista. Projektimetodissa korostetaan myös muiden taitojen oppimista projektin ohella. Nämä taidot tulisi ottaa huomioon jo opetusta suunnitellessa. [18, s. 152]

Hirsjärven mukaan projektiopiskelu on itsenäistä tai ryhmässä tapahtuvaa työskentelyä, jonka tavoitteena on ongelman ratkaiseminen sekä kokemuksen ja käytännön harjoitteleminen. Ongelmat perustuvat käytäntöön ja ovat usein monitieteellisiä. Projektin tuloksena on ratkaisu ongelmalle. [18, s. 152]

Blumenfeldin ym. määritelmän mukaan projektioppiminen on kokonaisvaltainen prosessi, jossa yhdistyvät sosiaalinen oppimisympäristö, vastuullisuus, yhteistoiminnallisuus ja autenttisten ongelmien ratkaisu. Projektioppimisen taustalla on motivaatiopsykologian osa-alueita. Oppilaat ratkaisevat ongelmia todellisissa ympäristöissä, mikä yhdistää luokkahuoneessa tapahtuvan opiskelun tosielämän ongelmiin. Projektit koostuvat kysymyksestä tai ongelmasta, joka vaatii ratkaisemista ja ohjaa aktiviteetteja, sekä artifaktista tai tuotteesta, joka kuvaa lopullista projektissa saavutettua tulosta. [8, s. 371–372]

The Buck Institute for Education (BIE) määrittelee projektioppimisen ”A systematic teaching method that engages student in learning and knowledge and skills through an extended inquiry process structured around complex, authentic, questions and carefully designed products and tasks.” [33, s. 4] BIE:n mukaan projektioppiminen on opetusmetodi, joka johdattelee oppilaan oppimista, tietoa ja taitoja. Projektioppimista ohjailevat monimutkaiset, autenttiset ja huolella suunnitellut tehtävät, kysymykset ja tuotokset.

BIE:n malli ottaa huomioon oppilaiden luontaisen oppimishalukkuuden, syvällisen tutkimisen autenttisissa ympäristöissä, yhteistyön ja monipuolisten tietojen ja taitojen hyödyntämisen projektin suorittamisessa. Malli painottaa vastuullisuutta, joiden mukaan projektin täytyy sitoutua opetussuunnitelman määrittelemiin sisältöihin. [33, s. 4–5]

Jokainen määritelmä painottaa eri ominaisuuksia, mutta useimmissa määritelmissä käsitellään viittä perusominaisuutta. Nämä perusominaisuudet ovat ongelmanratkaisu, toiminnallisuus, suunnitelmallisuus, yhteistoiminnallisuus ja tulosvastuullisuus ([37, s. 50], [43, s. 262–264]). Projektioppiminen määritellään näiden ominaisuuksien avulla myös tässä tutkielmassa.

Projektioppimisen lähtökohtana on autenttinen ongelma, joka ohjailee projektin kulkua. Ongelma voi olla esimerkiksi tehtävä tai tavoite, joka projektin edetessä voi tuottaa lisää tehtäviä. [43, s. 262–264] Leinon mukaan [28, s. 3] matematiikkaa opitaan parhaiten luonnollisessa ympäristössä, minkä takia projektioppiminen soveltuu matematiikan opetukseen. Ongelmat voivat olla opettajien tai oppilaiden määrittelemiä. Jos oppilaat määrittelevät itse ongelman, tulee opettajan hyväksyä suunnitelma ja valvoa projektin toteutusta vaihe vaiheelta. [7]

Projekteissa suoritetaan työtehtäviä ja valmistetaan projektin yhteen kokoava projektityö, joka voi olla esimerkiksi esitys, juliste tai kirjallinen raportti. Projekteissa oppilailla on mahdollisuus valita omanlaisensa lähestymistapa työtehtäviin ja käyttää erilaisia apuvälineitä projektin valmistumiseksi. Tällaisia apuvälineitä ovat esimerkiksi tietokone, laskin tai videokamera. [43, s. 262–264] Erilaiset työtavat, työvälineet sekä aktiivinen toiminta lisäävät oppilaiden motivaatiota opiskeluun [28].

Oppilaat ovat itse vastuussa projektista, sen suunnittelusta, toteutuksesta ja lopputuloksesta. [43, s. 262–264] Projektien aiheen keksiminen ja toteuttamisen suunnitteleminen lisäävät oppilaan motivaatiota projektiin. Projektia suunnitellessa on hyvä asettaa myös välitavoitteita, joiden toteutumista oppilas ja opettaja voivat seurata yhdessä. Projektien tavoitteiden asettamisesta ja tavoitteiden seuraamisesta oppilaat oppivat ajanhallintaa. [7]

Projektityöskentely tapahtuu usein ryhmissä. Projektitöitä voidaan tehdä myös yksin, tällöin voidaan muilta oppilailta kerätä vertaispalautetta [43, s. 262–264]. Yhteistyötaidot ovat tärkeitä nykypäivän koulu- ja työelämässä. Projektityössä oppilaat ideoivat yhdessä, toimivat kuuntelijoina ja oppivat neuvottelutaitoja. [7] Opettajan rooli projektissa on ohjaajana ja konsulttina [43, s. 263]. Opettaja ohjaa oppimista ja toimii oppilaiden tukena ja tarvittaessa ammatillisena konsulttina [64, s. 62–65].

Projektien aikatauluttaminen kasvattaa oppilaiden suunnittelutaitoja sekä vastuuntuntoa. Verrattuna tavalliseen luokkahuonetyöskentelyyn, jossa tehtäviä ja harjoituksia voidaan jatkaa myöhemmin, projektityöskentelyssä lopputulos täytyy saavuttaa aikataulun mukaisesti. Tulosvastuullisuus on esillä koko projektin ajan suunnittelusta lopputulokseen. [43, s. 262–264] Vastuu lopullisen tuotteen valmistumisesta näkyy myös yhteistyössä ryhmien sisällä. Kun oppilaat ovat vastuussa oman työskentelynsä vaikutuksista sekä opettajalle että muille ryhmän jäsenille, tunnollisuus työtehtäviä kohtaan lisääntyy. [7] Projektityöskentelyssä ryhmän jäsenten vastuuta voidaan jakaa valitsemalla eri osa-alueille vastuuhenkilöt. Vastuualueiden jakaminen ryhmän sisällä lisää oppilaiden sitoutumista yhteisiin tehtäviin. [29]

Projektityöskentely etenee ongelman määrittelystä, tavoitteiden asettamiseen ja viimeisenä arvioidaan lopputulosta. Oppimista tapahtuu koko projektin ajan. Oppilaat arvioivat omaa työskentelyään alkuperäisten tavoitteiden avulla [64] ja reflektoivat omaa oppimistaan koko prosessin ajan [29]. Reflektoinnin apuvälineinä voidaan käyttää esimerkiksi oppimispäiväkirjaa sekä toisilta saatua vertaispalautetta. [64]

2.2 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet

Opetussuunnitelman perusteet on Opetushallituksen määrittämä valtakunnallinen perusteasiakirja, jota jokaisen Suomessa opetusta tarjoavan oppilaitoksen tulee noudattaa. Paikallinen opetussuunnitelma valmistellaan valtakunnallisen opetussuunitelman perusteiden pohjalta. Opetussuunnitelman perusteiden tarkoitus on kehittää yhdenvertaista perusopetusta sekä ohjata ja tukea opetusta sekä koulutyötä. Opetussuunnitelman perusteet laaditaan opetusta koskevan lainsäädännön pohjalta. Opetusta koskevaan lainsäädäntöön kuuluvat perusopetuslaki (628/1998), perusopetusasetus (852/1998), valtioneuvoston asetus perusopetuslaissa tarkoitetun opetuksen valtakunnallisista tavoitteista ja perusopetuksen tuntijaosta (422/2012, uusi asetus 378/2014) ja valtioneuvoston asetus perusopetusasetuksen muuttamisesta (423/2012). [41]

Opetussuunnitelman perusteita uudistetaan, jotta ”opetuksen järjestämisessä pystytään ottamaan huomioon muutokset koulua ympäröivässä maailmassa ja vahvistamaan koulun tehtävää kestävän tulevaisuuden rakentamisessa” [41, s. 9]. Opetushallituksen määräyksen mukaan perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014 otetaan käyttöön vuosien 2016–2019 aikana. Vuosiluokat 1-6 ottavat uuden opetussuunnitelman käyttöön 1.8.2016. Vuosiluokat 7-9 ottavat vuoden 2014 opetussuunnitelman käyttöön vuosiluokittain porrastetusti vuosina 2017–2019. Myös yläkouluissa voidaan ottaa opetussuunnitelman perusteet käyttöön elokuussa 2016 lukuun ottamatta päättöarviointia, todistuksia ja perusopetuksen valinnaisuutta koskevia määräyksiä. Tässä diplomityössä tarkastellaan vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita, sillä se otetaan käyttöön lähivuosina. [41]

Tarkastellaan vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita projektioppimisen näkökulmasta. Jo opetussuunnitelman perusteiden arvopohjassa huomioidaan oppilaan kehitykselle tärkeäksi kokemus osallisuudesta ja toisten kanssa toimisesta. Opetussuunnitelman oppimiskäsityksen mukaan oppilas on aktiivinen toimija, joka ”oppii asettamaan tavoitteita ja ratkaisemaan ongelmia sekä itsenäisesti että yhdessä muiden kanssa” [41, s. 17]. Tämä vastaa oppilaan roolia ja toimintaa projektioppimisessa. [41]

Useat laaja-alaisen osaamisen periaatteet tukevat projektioppimisen toimintatapoja ja periaatteita. Opetussuunnitelman perusteissa mainitut oppimisympäristöt ja työtavat tukevat myös projektioppimista opetusmenetelmänä.[41] Esimerkiksi seuraavat otteet tukevat projektityöskentelyn hyödyntämistä opetuksen tukena opetussuunnitelman perusteissa:

> ”Oppilaita ohjataan käyttämään tietoa itsenäisesti ja vuorovaikutuksessa toisten kanssa ongelmanratkaisuun, argumentointiin, päättelyyn ja johtopäätösten tekemiseen sekä uuden keksimiseen.” [41, s. 20]

> ”Koulussa harjaannutaan työskentelemään itsenäisesti ja yhdessä toisten kanssa sekä toimimaan järjestelmällisesti ja pitkäjänteisesti.” [41, s. 24]

> ”Oppilaat osallistuvat oman opiskelunsa, yhteisen koulutyön ja oppimisympäristön suunnitteluun, toteuttamiseen ja arviointiin.” [41, s. 24]

> ”Oppimisen kannalta tärkeitä ovat tiedon hankkimisen, käsittelyn, analysoimisen, esittämisen, soveltamisen, yhdistelemisen, arvioinnin ja luomisen taidot. Tutkiva ja ongelmalähtöinen työskentely, leikki, mieliku-

vituksen käyttö ja taiteellinen toiminta edistävät käsitteellistä ja menetelmällistä osaamista, kriittistä ja luovaa ajattelua sekä taitoa soveltaa osaamista.” [41, s. 30]

”Opettaja valitsee työtavat vuorovaikutuksessa oppilaiden kanssa ja ohjaa oppilaita erityisesti uusien työtapojen käytössä itseohjautuvuutta vahvistaen. Oppimaan oppimisen taidot kehittyvät parhaiten silloin, kun opettaja ohjaa oppilaita myös suunnittelemaan ja arvioimaan työskentelytapojaan” [41, s. 31]

Käsitellään perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista matematiikan osuudelta vain vuosiluokkia 7-9, sillä diplomityön projektit kohdistuvat näille vuosiluokille. Opetussuunnitelman perusteissa matematiikan opetuksen tarkoituksena nähdään loogisen ja luovan ajattelun kehittäminen konkreettisen ja toiminnallisen opetuksen tuloksena. Projektioppimisen menetelmillä voidaan tuottaa konkreettisia ja toiminnallisia projekteja, jotka ovat oppilaslähtöisiä. Opetussuunnitelmassa korostetaan myös matematiikan hyödyllisyyttä omassa elämässä ja sovellusmahdollisuuksia. Näistä lähtökohdista on mahdollista lähteä myös suunnittelemaan projektioppimisen projekteja. [41, s. 374–379]

Seuraavat opetussuunnitelman perusteiden virkkeet tukevat projektioppimisen hyödyntämistä matematiikan opetuksessa:

”Konkretia ja toiminnallisuus ovat keskeinen osa matematiikan opetusta ja opiskelua. Oppimista tuetaan hyödyntämällä tieto- ja viestintäteknologiaa.” [41, s. 374]

”Se [matematiikan opetus] kehittää myös viestintä-, vuorovaikutus- ja yhteistyötaitoja.” [41, s. 374]

”Matematiikan opiskelu on tavoitteellista ja pitkäjänteistä toimintaa, jossa oppilaat ottavat vastuuta omasta oppimisestaan.” [41, s. 374]

”Opetus ohjaa oppilaita ymmärtämään matematiikan hyödyllisyyden omassa elämässään ja laajemmin yhteiskunnassa.” [41, s. 374]

> ”Opetuksessa käytetään vaihtelevia työtapoja. Ongelmia matematisoidaan, ratkaistaan ja tulkitaan yksin ja yhdessä.” [41, s. 376]

> ”Yhdessä työskenneltäessä arvioidaan sekä ryhmän jäsenten että koko ryhmän toimintaa ja tuotosta. Tuotoksen arvioinnissa kiinnitetään huomiota tuotoksen matemaattiseen sisältöön ja esitystapaan.” [41, s. 377]

Tarkemmin opetussuunnitelman matematiikan osuuteen ja projektioppimiseen paneudutaan yritysyhteistyöprojektien osalta luvussa 5.

2.3 LUMA SUOMI

Yhteiskunnan nojatessa tieteen ja tutkimuksen saavutuksiin teknologian, luonnontieteiden ja matematiikan osaajien kysyntä kasvaa lähitulevaisuudessa. Kuitenkaan näiden alojen opiskelu tai uramahdollisuudet eivät kiinnosta nuoria suomalaisia. Matematiikan, luonnontieteiden ja teknologian osaamiseen panostetaan Opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittamalla kuusivuotisella LUMA SUOMI-ohjelmalla. [30]

LUMA SUOMI-ohjelman tavoitteena on lisätä 6–16 vuotiaiden oppilaiden kiinnostusta matematiikkaa, luonnontieteitä ja teknologiaa kohtaan yhteistyössä vanhempien, opettajien, koulujen ja opetushallinnon kanssa. Kiinnostuksen kasvaessa oppilaiden toivotaan valitsevan toisen asteen oppilaitoksissa enemmän näiden aineiden opintojaksoja. Tavoitteena lisätä alan osaajien määrää sekä osaamisen tasoa. [30]

Tavoitteet pyritään saavuttamaan kouluttamalla opettajia, kehittämällä opettajien kanssa suunniteltuja ja kokeiltuja toimintatapoja sekä vapaasti käytettävää oppimismateriaalia. Uutta tutkimustietoa hyödynnetään uusien oppisympäristöjen, sähköisen materiaalin ja oppimisen tapojen kehittämisessä. LUMA SUOMI-ohjelma tukee myös uuden opetussuunnitelman perusteiden käyttöönottoa. [30]

Ohjelman pilottikaudella 2014–2016 on Suomessa käynnissä yhteensä 34 kehittämishanketta, jotka on jaettu kolmeen puiteohjelmaan:

1. Matematiikan tutkiva oppiminen ja opetusteknologia sekä työelämä
2. Luonnontieteiden ja ympäristökasvatuksen tutkiva oppiminen ja opetusteknologia sekä työelämä

3. Teknologiakasvatus: ohjelmointi, robotiikka ja tietoyhteiskunta.

LUMA SUOMEN verkostoon kuuluu LUMA-keskuksia, jotka sijaitsevat 13 suomalaisessa yliopistossa ja yliopistokeskuksessa. Ohjelmaan kuuluu valtakunnallisen LUMA-kuntaverkosto kokoaminen yhdessä kuntien sivistysjohdon ja koulujen kanssa. [30]

Projektioppiminen on yksi LUMA SUOMI-ohjelman kehittämishanke, joka kuuluu puiteohjelmaan "*Matematiikan tutkiva oppiminen ja opetusteknologia sekä työelämä*". Projektioppimisella halutaan näyttää oppilaille, missä matematiikkaa käytetään arjessa ja työelämässä. Matematiikan soveltaminen arkielämään saattaa lisätä oppilaiden kiinnostusta matematiikkaa kohtaan. Projektioppimisen avulla kehittyvät matemaattisten taitojen lisäksi metataidot, kuten vuorovaikutustaidot, ongelmanratkaisukyky ja tiedonkäsittelytaidot. Projektioppiminen tukee uuden peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 2014 arvostamia taitoja sekä oppimiskäsitystä, jossa oppilas on aktiivinen toimija ja opettaja oppimisen ohjaaja. [30]

Kehityshankkeen aikana luodaan projektipankki, joka on vapaasti yläkoulun matematiikan opettajien käytössä. Projektipankilla halutaan vähentää opettajien työtaakkaa projektien suunnittelussa ja madaltaa kynnystä käyttää projektityöskentelyä osana opetusta. Kehityshankkeen aikana myös kokeillaan projektipankkiin kerättyjä projekteja peruskoulun 7-9 vuosiluokkien matematiikan opetuksessa. [30]

3. KEHITTÄMISTUTKIMUS

Kehittämistutkimus on tutkimusmenetelmä, jossa tutkimuksen aikana luodaan uusia toimintatapoja ja -malleja. Kehittämistutkimus yhdistää empiirisen tutkimuksen ja teoriapohjaisen suunnittelun ymmärtääkseen, kuinka, milloin ja miksi innovaatiot toimivat käytännössä. Opetusalan kehittämistutkimuksissa tehdään tutkimusta ja samalla kehitetään uusia tapoja oppia ja opettaa. Tutkimuksen tavoitteena voidaan pitää ymmärrystä, miten oppiminen tapahtuu, ja tämän avulla kehittää uusia menetelmiä oppia, uutta opetusmateriaalia ja teoriaa oppimisesta. [12, 45]

Kehittämistutkimus opetusalalla on alkanut kehittyä 1990-luvulta alkaen. Kehittämistutkimuksen käyttämisen opetusalalla nähdään alkaneen Brownin julkaisusta, joka käsittelee uusien oppimisympäristöjen kehittämistä ja niiden kokeilemista autenttisissa luokkahuonetilanteissa [9]. Kehittämistutkimus on 2000-luvulla kasvattanut suosiotaan ja menetelmäosaaminen on kasvanut, mikä näkyy tutkimusartikkeleiden ja julkaisujen määrän kasvuna. [4, 45]

Kehittämistutkimus on saanut alkunsa todellisissa opetustilanteissa nousevista tarpeista [45, s. 11]. Kehittämistutkimuksen kehitystä on edistänyt kritiikki, jonka mukaan tutkimuksissa syntynyttä tietoa ja materiaalia ei pystytä sovittamaan oppimisympäristöihin eikä käytännön opetukseen [5, 45].

1990-luvulla kehittämistutkimuksesta käytettiin termiä *design experiment* [9]. Nykyään tieteellisissä artikkeleissa ja julkaisuissa käytetään nimityksiä *design research*, *design-based research* ja *development research* [13]. Kuitenkin englanninkielisessä kirjallisuudessa termi *design-based research* (DBR) näyttää vakiintuneen [22]. Kehittämistutkimuksen synonyymina käytetään termiä design-tutkimus. Termien ja käännösten käytössä täytyy olla varovainen, sillä termejä käytetään myös muissa merkityksissä. Esimerkiksi termiä *design research* käytetään myös muotoilun tutkimuksesta. Tässä diplomityössä käytetään termiä kehittämistutkimus. [45, s. 7–11, 70]

3.1 Määritelmä

Kehittämistutkimukselle ei ole yksikäsitteistä määritelmää. Usean määritelmän mukaan kehittämistutkimus yhdistää käytännön kehittämisen ja teoreettisen tutkimuksen toisiinsa. Kehittämistutkimukselle ominaista on sykliset prosessit, jotka sisältävät sekä teoreettisia että kokeellisia vaiheita. [12, 13, 23, 45] Tässä kappaleessa esitellään kehittämistutkimuksen määritelmää useamman lähteen pohjalta.

Collins ym. vertaavat kehittämistutkimusta Japanilaisten autovalmistajien tapaan kehittää autoja. Ensimmäinen versio tuodaan markkinoille nopeasti ja mallia uudistetaan jatkuvasti korjaamalla vikoja. Collinsin ym. mukaan kehittämistutkimuksen pitäisi pohjautua etnografisiin teoreettisiin kysymyksiin ja ongelmiin ollakseen tehokas. Tutkimuksen aikana yritetään optimoida tuotosta mahdollisimman paljon jakamalla tuotos pienempiin osiin, joita tarkastella. Tuotosta kehitetään sekä laadullisen että määrällisen tutkimuksen avulla. Kehittämistutkimuksen tavoitteena on kehittää sekä teoriaa että käytäntöä. [10]

Barab ja Squire [5] kuvailevat kehittämistutkimuksen erilaisten lähestymistapojen yhdistelmäksi. Tutkimus pohjautuu teoriaan ja tuottaa uutta teoriaa. Kehittämistutkimus toteutetaan tosielämän ympäristössä, jossa suurin osa oppimisesta tapahtuu. Tutkimuksessa alkuperäistä pohjustavaa tuotosta kehitetään kokeellisen testauksen onnistumisen perusteella. Kehittäminen tapahtuu pragmaattisilla ratkaisuilla opetukselle luonnollisessa ympäristössä. [5]

Edelsonin [13] määritelmän mukaan kehittämistutkimus on iteratiivinen prosessi, jossa käytännön ja tutkimuksen ero katoaa. Tutkimus, suunnittelu ja teorian testaaminen muodostavat iteratiivisen prosessin, jossa vaiheita käydään peräkkäin läpi. Edelsonin mukaan tutkimusta tehdessä vastataan kolmeen kysymykseen, joiden avulla määräytyvät sekä tutkimuksen tavoite ja rajat. Nämä kysymykset ovat:

1. Kuinka kehittämisessä edetään?
2. Mitä tarpeita ja mahdollisuuksia kehittämisessä on?
3. Millainen lopullinen tuotos kehityksessä syntyy?

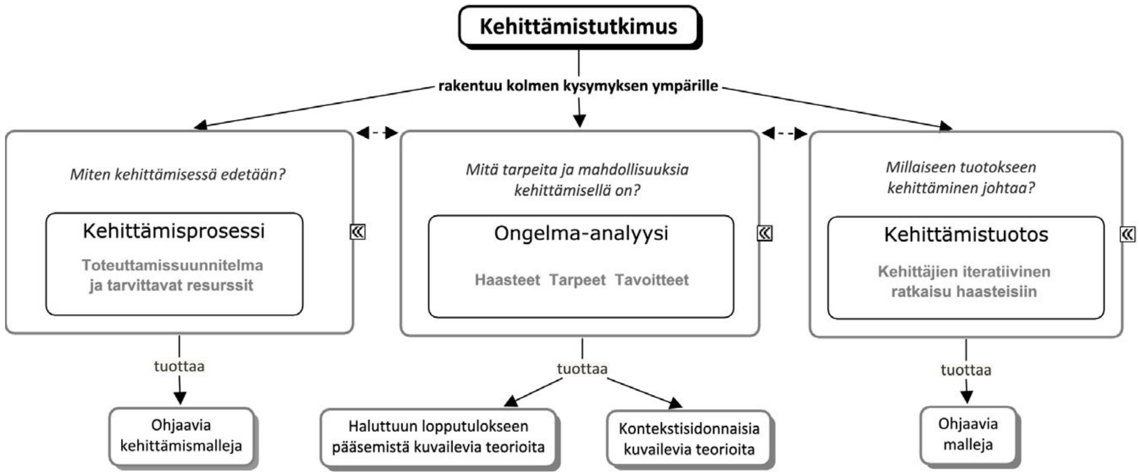
Näihin kysymyksiin täytyy vastata jokaisen kehittämistutkimuksen syklin kuluessa. [13]

Kysymysten avulla kehittämispäätökset voidaan jakaa kolmeen kategoriaan: kehittämisprosessi, ongelma-analyysi ja kehittämistuotos. Kuvassa 3.1 on esitetty kehittämistutkimuksen rakentuminen kategorioiden mukaisesti. Kuvan mukaisesti jokainen kysymys ohjaa tekemään päätöksiä eri näkökulmasta, jotka tuottavat erilaisia tietoa:

1. **Kehittämisprosessi** määrittää ihmiset, jotka ovat osallisena tutkimukseen, sekä prosessit, joiden avulla suunnitellaan, valmistellaan, kehitetään, kokeillaan, arvioidaan, muutetaan ja kehitetään tuotosta. Kehittämisprosessikategoria kuvailee tutkimusta ja sen toteutusta. Kategorian tuotteena voidaan pitää teorioita, jotka ohjaavat toimintaa.

2. **Ongelma-analyysissa** käydään läpi tutkimuksen tavoitteet, tarpeet, haasteet, rajoitteet ja mahdollisuudet. Ongelma-analyysi voi koostua yhdistelmästä empiirisiä ja teoreettisia prosesseja kuten tarveanalyysi, arviointi ja mallinnus. Ongelma-analyysi myös kehittyy projektin aikana. Ongelma-analyysin tuotteena syntyy kontekstisidonnaisia teorioita. Teoriat sisältävät tietoa oppimisesta ja opetuksesta sekä kuvailevat, kuinka tähän lopputulokseen on päästy.

3. **Kehittämistuotos** kuvailee tutkimuksen tuloksena olevaa tuotosta. Tuotos on tutkijan kehittämä lopputulos, jossa on huomioitu kehittämisprosessissa ja ongelma-analyysissa määritetyt mahdollisuudet ja rajat. Kehittämistuotoksen tuloksena syntyy kontekstisidonnaisia malleja. Kontekstisidonnaisella mallilla tarkoitetaan esimerkiksi opetusmateriaalia tai kurssia, joka suunnitellaan tutkimuksen aikana. [13]



Kuva 3.1 *Kehittämistutkimuksen rakentuminen kysymysten avulla. [13] [46, s. 11]*

Myös Juutin ja Lavosen mukaan tieto ja toiminta yhdistyvät kehittämistutkimuksessa. Kehittämistutkimus kuvataan pragmaattisessa viitekehyksessä. Pragmaattisen viitekehyksen mukaan toiminnasta syntyviä kokemuksia reflektoimalla saadaan tietoa [22]. Tutkimus tapahtuu luonnollisessa ympäristössä, jossa opettamista, oppimista ja opettajan toimintaa ei voida erottaa toisistaan. Kehittämistutkimus voidaan määrittää kolmen ominaisuuden avulla:

1. Kehittämisprosessi on iteratiivinen.
2. Kehittämistutkimuksen tavoitteena on luoda artefakti, joka kehittää sekä oppilaiden oppimista että opettajien kykyä opettaa ymmärrettävämmin.
3. Tutkimus tuottaa uutta tietoa opettamista ja oppimisesta. [23]

Juutin ja Lavosen määritelmä kehittämistutkimukselle painottaa tutkimuksessa kehitettävän didaktisen artefaktin tärkeyttä. Juutin ja Lavosen käyttämä termi artefakti vastaa aiemmin käytettyä termiä tuotos. Tutkimuksessa tuotoksella ja artefaktilla tarkoitetaan välinettä oppimiseen. Osana kehittämistutkimusta luodaan tuotos, jonka kokeilua käytetään hyväksi tutkimusperäisen tiedon luomisessa. Tuotos voi olla esimerkiksi tutkimuksen aikana luotu ja paranneltu opetusmateriaali. Tästä eteenpäin tässä diplomityössä käytetään termiä tuotos. [22]

Kehittämistutkimuksen ja tutkimuksen, joka keskittyy tuotoksen kehittämiseen (*research-based design*), välillä on ero. Tutkimuksessa, joka keskittyy tuotoksen kehittämiseen, lähdetään liikkeelle tutkimustuloksista, joiden tarpeiden mukaan luodaan tuotos opetuksen avuksi. Kehittämistutkimuksessa tutkija luo didaktisen tuotoksen, jonka tavoitteena on opetus-opiskelu-oppimisprosessin muuttaminen ja tutkimukseen osallistuvien osapuolien reagoiminen artefaktiin, jonka avulla prosessista saadaan uutta tietoa. [22]

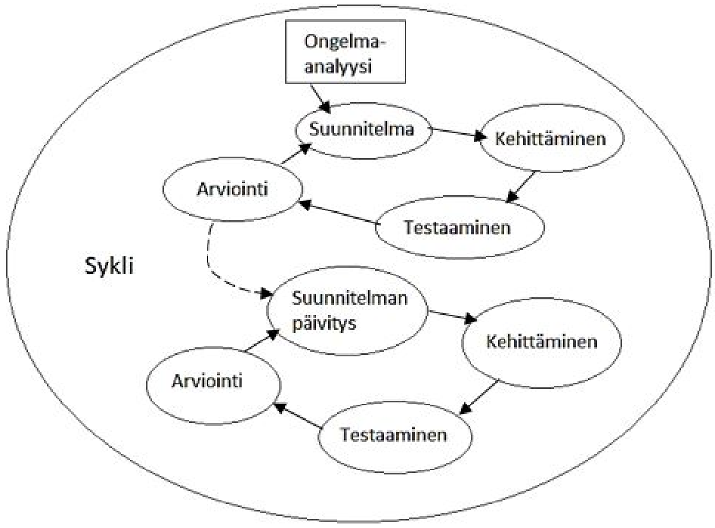
Juuti ja Lavonen tukevat Edelsonin [13] näkemystä kehittämistutkimuksessa syntyvästä tiedosta. Kehittämistutkimus voidaan jakaa yllä esitettyihin kolmeen kategoriaan, tutkimuksessa syntyvän tiedon mukaan. Näin ollen kehittämistutkimuksen tarkoitus ei ole vain kehittää tuotosta, joka antaa toimintaohjeita opetus-opiskelu-oppimisprosessiin, vaan edistää tämän prosessin älykästä toimintaa.[22]

Tässä diplomityössä toteutetaan kehittämistutkimusta Edelsonin [13] ja Juutin ja Lavosen [22, 23] periaatteiden mukaisesti. Tutkimuksen toteutuksesta kerrotaan kappaleessa 6.

3.2 Toteuttaminen

Kehittämistutkimuksen tutkimusympäristö, tutkittavat muuttujat, tutkimukseen osallistuvien henkilöiden osuus tutkimuksessa eroavat perinteisestä kvantitatiivisesta tutkimuksesta. Kehittämistutkimuksen kokeellinen osuus sijoittuu todellisiin luokkahuoneolosuhteisiin, jossa tutkimukseen osallistuvat oppilaat ovat osallisena tutkimuksen kehittymiseen. Perinteisessä kvantitatiivisessa tutkimuksessa keskitytään mittaamaan tiettyjä muuttujia ja niiden välistä yhteyttä. Kehittämistutkimuksessa tutkimukseen vaikuttaa enemmän muuttujia kuin perinteisessä tutkimuksessa. Muuttujia ollessa huomattavasti enemmän tutkija saattaa jättää osan muuttujista huomioimatta, vaikka ne vaikuttavat tutkimukseen. [10] Kehittämistutkimuksen tarkoituksena ei ole tutkia yhden muuttujan vaikutusta luokkahuonetilanteisiin, vaan sen sijaan haasteena on luoda joustavia teorioita, joita voidaan hyödyntää uusissa oppimisympäristöissä ja tilanteissa [5].

Kehittämistutkimus on iteratiivinen prosessi, johon kuuluu teoreettisia ja kokeellisia osuuksia. Edelsonin [13] mukaisten kehittämispäätöskategorioiden 3.1 avulla on kehitetty malliksi sykli, miten tutkimus etenee. Yksi sykli on esitetty kuvassa 3.2. Kuvassa on esitetty sykli toistuu tutkimuksen edetessä. Sykliä toistetaan kunnes lopputulokseen ollaan tyytyväisiä tai tuotoksen kehittäminen keskeytetään. [45]



Kuva 3.2 *Kehittämistutkimuksen yksi sykli. [13] [45, s. 19]*

Kehittämistutkimus lähtee liikkeelle ongelman analysoinnista. Ongelma voi olla esimerkiksi tilanne tai toimiminen, joka koetaan hankalaksi. Lähtökohtana voi olla esimerkiksi muuttuva opetussuunnitelma, jonka takia opetukselle asetetut tavoitteet muuttuvat. Käytännönhaasteeseen tai -ongelmaan tutustutaan alan kirjallisuuden avulla [22]. Ongelma-analyysiin voi kuulua sekä empiirisiä että teoreettisia analyysimuotoja. Teoreettisten kirjallisuusanalyysien avulla ei välttämättä löydetä tietoa tarkoin määritetystä ongelmasta, jolloin ongelma-analyysin tueksi voidaan käyttää empiirisiä analyyseja kuten kyselyitä. [22, 45] Edelson painottaa tutkimustietoon perustuvan viitekehyksen tärkeyteen. Kehittämistutkimus on tieteellinen tutkimusmenetelmä, jonka aikana tehtyjen kehittämispäätöksiä ja tutkimustuloksia on käsiteltävä aikaisempien tutkimustulosten valossa. [13]

Ongelma-analyysin avulla laaditaan kehittämissuunnitelma, joka ohjaa tutkimuksen kehitystä. Kehittämissuunnitelma muuttuu jatkuvasti tutkimuksen edetessä. [45, s. 17] Kirjallisuuden sekä määriteltyjen rajoitteiden, tarpeiden ja tavoitteiden avulla luodaan ensimmäinen versio tuotoksesta. Ensimmäinen versio tuotoksesta perustuu tutkimuskirjallisuuden lisäksi opettajan ja tutkijan näkemyksiin ja ymmärrykseen ongelmasta. [22]

Kehittämistutkimuksen kokeellisessa osuudessa kehitettyä tuotosta kokeillaan käytännössä. Tuotoksen kehittäminen ja kokeilu tapahtuvat sykleissä. Kehittämissyklejä toteutetaan tutkimuksen luonteen mukaan pienessä tai suuressa mittakaavassa. Kehittämissykliin kuuluvat kehittämis-, arviointi ja raportointivaiheet. Kehittämissyklien avulla tuotosta kehitetään ja arvioidaan. Jokaisen kehittämissyklin jälkeen ongelma-analyysin tiedot lisääntyvät, tuotosta kehitetään vastaamaan kohdatut haasteet ja tuotosta kokeillaan uudelleen. Kehittämissyklien avulla yritetään saavuttaa tutkimuksen alkuperäiset tavoitteet. [22, 45]

Juutin ja Lavosen mukaan tarkasti esitetyt mallit kehittämistutkimuksen etenemisestä toimivat ohjeina eivätkä vaatimuksina. Kehittämistutkimuksen toteutukselle voidaan kuitenkin esittää kolme keskeistä osaa:

1. Selventää tuotoksen käyttäjien tarpeet ja tavoitteet. Tutkijan on ymmärrettävä ympäristöä, jossa opettaja toimii.
2. Tuotoksen kehittäminen iteratiivisesti.
3. Monimenetelmäinen lähestyminen tiedon hankintaan. [22, 23]

Kehittämistutkimuksen kokeellisessa osuudessa voidaan myös vertailla tuotoksia keskenään. Tuotosten kilpailemista keskenään (*compelling comparisons*) voidaan käyttää parhaan tuotoksen löytämiseksi. Useampaa versiota tuotoksesta kokeillaan samaan aikaan, jonka jälkeen parhaiten soveltuvaa tuotosta voidaan kehittää eteenpäin ja muut tuotokset mahdollisesti hylätä. Hylättyjen tuotoksia tai niiden toimivia osia voidaan käyttää myös yhden tuotoksen kehittämiseen eteenpäin. [6]

3.3 Raportointi

Tutkimuksen raportoinnin tulee antaa lukijalle luotettava kuva tehdystä tutkimuksesta. Kehittämistutkimuksen raportointi eroaa perinteisen tutkimuksen raportoinnista, koska kehittämistutkimus sisältää kokeellisen osuuden. Collinsin ym. mukaan kehittämistutkimuksen raportoinnin tulisi sisältää seuraavat viisi osaa:

- *Kehittämistavoitteet.* Tärkeänä osana kehittämistutkimuksen raportointia on tunnistaa tuotoksen kriittiset elementit ja suunnitella, kuinka korjata ne tavoitteiden saavuttamiseksi. Kriittisiä elementtejä voivat olla esimerkiksi materiaalit, aktiviteetit tai toteutus. Tavoitteet, kriittiset elementit ja korjaukset tulee kuvata riittävän tarkasti, jotta tuotoksen toteutusta voidaan arvioida.

- *Tutkimusasetelman kuvaus.* Tutkimusasetelma kuvaillaan raporttiin tarkasti, jotta lukijat pystyvät arvioimaan, kuinka syklit ovat muuttuneet tutkimuksen aikana.

- *Syklittäiset kehittämiskuvaukset.* Tutkimus käy läpi useamman syklin, jolloin jokaisen syklin kuvaus on tärkeää. Kun syklien välissä tuotokseen tehdään muutoksia, tulee kuvata muutokseen johtaneet syyt sekä tehty muutos. On tärkeää myös suunnitella uudelleen, kuinka kehittämistavoitteita saavutetaan, tai kuvailla, kuinka kehittämistavoitteet muuttuvat, syklien aikana.

- *Syklittäiset lopputulokset.* Jokaisen syklin jälkeen tutkimuksessa saatu materiaali analysoidaan ja tulokset raportoidaan. Tulosten raportointi ja analysointi vastaa kvalitatiivisten ja kvantitatiivisten tutkimusten vastaavia osuuksia.

- *Pohdinta.* Tutkimuksen päättyessä raportoidaan yhteenveto, mitä tapahtui kehittämissykleissä, ja kuinka tuotos muuttui syklien aikana. On yhtä tärkeää kuvailla kehittämissyklien ja lopputulosten rajoitteet ja epäonnistumiset kuin onnistumiset. [10, s. 38–39]

Kehittämistutkimuksen raportointiin ei ole olemassa yleisesti hyväksyttyä mallia [45, s. 190]. Kehittämistutkimuksia on raportoitu monografioina eli yksittäisinä artikkeleina tai julkaisuina [13]. Kuitenkin kehittämistutkimuksen sisältäessä useita kehittämissyklejä saattaa tutkimuksen kesto venyä pitkäksi ja kehittämissykleissä kerätty tutkimusmateriaali paisua valtavaksi, jolloin lopputuloksena on massiiviset lukukelvottomat raportit. Juutin ja Lavosen ratkaisu pitkille raporteille on tutkimuksen julkaisu artikkelisarjana. Artikkelisarjan etuna on lyhyet helposti ymmärrettävät raportit ja mahdollisuus kommunikoida muiden tutkijoiden kanssa kehittämissyklien välissä. [23]

Monografeissa kuten opinnäytetöissä Pernaa ja Aksela [45] suosittelevat raportin kirjoittamista kronologisen etenemisen mukaan. Tälläisen raportin rakenne voi sisältää esimerkiksi osiot: Johdanto, Kehittämistutkimus, Teoreettinen ongelma-analyysi, Kehittämisprosessi, Kehittämistuotos, Jatkokehittäminen sekä Johtopäätökset ja pohdinta. [45, s. 190–192] Kehittämistutkimuksen raportointiin sopii myös kehittämiskuvaus tutkimuksesta. Kehittämiskuvaukselle ei ole määritetty tarkkaa rakennetta, mutta sen tulee kuvata tutkimus kokonaisvaltaisesti ja systemaattisesti. [6]

3.4 Kehittämistutkimuksen luotettavuus

Kvantitatiivisen tutkimuksen luotettavuutta arvioidaan reliaabeliuksena ja validiuksena. Reliaabelius tarkoittaa tutkimuksen mittaustulosten toistettavuutta. Reliaabiuksella varmistetaan, että tutkimustulokset eivät ole sattumanvaraisia. Validius tarkoittaa tutkimuksen pätevyyttä. Validiuksella mitataan, että tutkimusmenetelmällä mitataan juuri sitä, mitä sen on tarkoitus mitata. Kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuutta tarkastellaan siirrettävyydellä, luotettavuudella, uskottavuudella ja varmuudella. Tutkija perustelee kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuutta perustelemalla ja kuvailemalla tutkimusmenetelmää, tutkimuksen analysointia, päättelyitä ja itsearviointia. [19]

Kehittämistutkimuksessa käytetään sekä laadullisia että määrällisiä tutkimusmenetelmiä, joten kummallekaan menetelmälle ominainen luotettavuuden arviointi ei ole pätevä. Kehittämistutkimuksen luotettavuudesta ja pätevyydestä on esitetty kritiikkiä. Kritiikkiä on esitetty esimerkiksi aineistonhankintamenetelmistä, tutkimusaineiston määrästä, tuotoksen kehittämisperiaatteista ja tutkijan osallistumisesta tutkimukseen. [4, 5, 6, 9]

Aineistonhankinnan, valinnan ja analysoinnin kannalta ongelmaksi koetaan aineistonhankintamenetelmien valinta niin, että ne vastaavat alkuperäiseen tutkimuskysymykseen [9]. Tutkimusaineiston perusteella tehdyt lopputulokset tulee perustella aineiston ja analysoinnin perusteella. Kehittämistutkimuksessa vaarana on tutkimusmateriaalin paisuminen laadullisia ja määrällisiä menetelmiä käytettäessä. Tutkimusmateriaali voi paisua myös iteraatiokierrosten lisääntyessä. Kehittämistutkimuksen iteratiivisen luonteen takia ongelmana voi olla päätelmien ja lopullisten teorioiden määrittäminen ennen kuin tutkimustulokset tukevat niitä täysin. [13]

Aineistohankintamenetelmissä hyödynnetään usein kyselylomakkeita. Näiden lomakekyselyiden perusteella tehdään suuria muutoksia tuotokseen. Juuti ja Lavonen painottavat aineistonhankinnassa opettajan ja tutkijan välisiin reflektiivisiin keskusteluihin. Keskusteluja ei tyypillisesti käytetä osana aineistonhankintaa, sillä niitä ei koeta päteviksi. Kuitenkin kokeilun jälkeisten reflektiivisten keskustelujen painoarvo tuotoksen muuttamisen kannalta on koettu tärkeäksi. [22]

Kehittämistutkimuksen keskittyessä tuotoksen kehittämiseen täytyy arvioida tuotoksen lupaavuutta. Myös tuotoksen kehittämiseen nojaavan tutkimuksen tuloksia voidaan kritisoida ja osoittaa ne vääriksi. Tuotosta kehittäessä tulisi arvioida, kannattaako tuotoksen kehitystä jatkaa vai pitäisikö tältä kantilta lähestyminen hylätä. [11] Vaikka tuotosten lupaavuuden arvioiminen on hankalaa, voidaan tutkimuksesta saatavia kehittämisperiaatteita arvioida kriittisesti. Kehittämisperiaatteet voidaan osoittaa vääriksi, jos niiden avulla ei pystytä tulevaisuudessa luomaan menestyksekkäitä tuotoksia. Menestyksekäs tuotos voidaan määritellä tutkijoiden ja opettajien tuotokselle asettamien tavoitteiden mukaisesti. Kehittämistutkimuksen aikana voidaan pohtia, onko tavoitteet saavuttu. Mikäli tavoitteita ei saavuteta, jotain tuotoksessa on muutettava. Tuotosten lisäksi kehittämisperiaatteita voidaan tulevaisuudessa myös muuttaa tai hylätä. [6, 22]

Tutkijan rooli tutkimuksen kokeellisessa osuudessa on ongelmallinen. Kun tutkijan osallistuu ongelma-analyysiin, suunnitteluun, kehitykseen ja kokeiluun, kuinka voidaan taata tutkimuksen luotettavuus ja vakuuttavuus? Tutkijat voivat osallistua tutkimuksen kokeiluun koulussa auttamalla oppilaita, vaikuttamalla opettajan näkemyksiin ja vaihtamalla ohjeistusta kesken kokeilun. Toisaalta tutkijat voivat yrittää myös seurata taustalla ja minimoida vaikutuksensa tutkimuksen kokeelliseen osuuteen. Jokainen systemaattinen muutos tavalliseen luokkahuonetilanteeseen vaikuttaa tutkimustuloksiin ja väitteisiin tehden niistä keinotekoisia. Tämä on vastoin alkunperäistä näkemystä, missä kehittämistutkimusta lähdettiin kehittämään ratkaisuksi todellisiin ongelmiin luokkahuonetilanteissa. [5]

Tutkijan vaikutusta tutkimuksen kokeelliseen osuuteen ei voida sivuuttaa. Kuitenkin tutkijan syvää ymmärrystä ja näkökulmia voidaan hyödyntää myös luokkahuonetilanteissa. Todellisessa opetusympäristössä tutkija näkee teoreettisten ongelmien vaikutuksen ja voi tutkia oppimista lähempää. Tuotos kehittyy iteraatiokierrosten aikana, jolloin kehityssyklit ja testaus muokkaavat tuotosta erilaisissa ympäristöissä. Erilaiset ympäristöt syklien välillä vaikuttavat tuotokseen ja sen kehittämiseen. Tutkijan vaikutus myös vaihtelee jokaisen syklin välillä. Tutkijan on otettava huomioon ja raportoitava oma vaikutuksensa lopputuloksiin ja päätelmiin. [5]

Tutkijan vaikutuksesta tuotoksen käytettävyys uusissa ympäristöissä saattaa kärsiä. Toisaalta jokainen luokka eroaa toisistaan, joten luonnollisissakaan tilanteissa testattu tuotos ei välttämättä sovellu suoraa hyödynnettäväksi uudessa ympäristössä. Tavoitteena ei ole erottaa luonnolliset olosuhteet muista olosuhteista vaan luoda luotettavaa ja pätevää teoriaa. Haasteena kehittämistutkimuksessa on luoda muuntautumiskykyistä teoriaa ja tuotos, jotka säilyvät käyttökelvollisina uusissa ympäristöissä. [5]

Pernaa [46] on kehittänyt tavan arvioida kehittämistutkimuksen luotettavuutta peilaamalla Design-Based Research Collectiven [12] kriteereitä laadukkaasta kehittämistutkimuksesta Tuomen ja Sarajärven [61] määritykseen kvalitatiivisen tutkimuksen arvioinnista. Pernaan mallin mukaan:

- ”Kehittämisen tulee olla kokonaisvaltaista, jolloin kehittämistuloksena saadaan sekä ohjaavia malleja ja teorioita että kuvailevia teorioita (uskottavuus, luotettavuus ja vahvistettavuus).”
- ”Kehittämisen tulee edetä sykleittäin ja sisältää jatkuvaa kehittämistä ja arviointia (uskottavuus, luotettavuus ja vahvistettavuus).” [46, s. 14]
- ”Kehittämisessä tulee pyrkiä teorioihin, jotka ovat siirrettävissä kentälle opettajien tai muiden opetusalan ammattilaisten käyttöön (siirrettävyys).” [46, s. 14]
- ”Kehittämisprosessiin tulee sisältyä testaamista autenttisissa olosuhteissa (siirrettävyys, luotettavuus ja vahvistettavuus).” [46, s. 14]
- ”Kehittämistutkimuksen kaikki syklit tulee dokumentoida tarkasti (luotettavuus ja vahvistettavuus).” [46, s. 14] [12, 61]

Edelsonin mukaan kehittämistutkimusta voidaan arvioida uutuusarvon ja hyödyllisyyden avulla. Tutkimuksen tulee tavoitella uusia teorioita, joita voidaan hyödyntää ratkaisemaan tärkeitä ongelmia. Hyödyllisyyttä voidaan arvioida sen perusteella, kuinka hyvin tutkimuksessa kehitetty teoria selittää opetuksen ilmiöitä. Pragmatistisesta näkökulmasta voidaan pohtia, kuinka tutkimuksessa kehitetty tieto auttaa opettajia toimimaan opetustilanteissa [22, s. 173]. Kehittämistutkimuksen tarkoitus on luoda teorioita, joita ei voida luoda suljetuilla tutkimusympäristöillä tai perinteisillä empiirisillä lähestymistavoilla. [13, s. 118]

Juuti ja Lavonen arvioivat kehittämistutkimuksen luotettavuutta kokonaisuuden ja osien arvioinnilla. Kokonaisuutta arvioidaan tuotosten uutuudella ja hyödyllisyydellä Edelsonin määritelmän mukaisesti. Kehittämistutkimuksen osia arvioidaan tutkimuksen menetelmien kuvausten avulla. Tärkeitä näkökulmia osien arvioinnissa on tutkijan pyrkimys jakaa opettajien maailma, arviointiaineiston keräystavat ja analyysi opettajien kanssa reflektoinnista. [22]

4. TILASTOTEORIA

Diplomityössä hyödynnetään tilastoteoriaa tutkimuksen määrällisessä analysoinnissa. Luvussa esitellään tilastomatematiikan teoriaa siltä osin kuin se on perusteltua.

4.1 Satunnaismuuttuja

Muuttuja X on satunnaismuuttuja, jos sen arvot on määritelty todennäköisyyksien avulla [40, s. 29]. Satunnaismuuttuja on numeerinen muuttuja, jonka arvo määräytyy satunnaiskokeen lopputuloksesta. Satunnaismuuttuja on siis reaaliarvoinen funktio. [42, s. 84–85]

Määritelmä 1. *[42, s. 84–85] Olkoon Ω yleinen otosavaruus. Kuvausta $X : \Omega \to \mathbb{R}$, joka liittää perusjoukon koetulokseen, kutsutaan* ***satunnaismuuttujaksi****.*

Tarkastellaan jatkossa diskreettejä eli epäjatkuvia satunnaismuuttujia. Diskreettejä muuttujia ovat esimerkiksi luokittelu- ja järjestysasteikolla mitatut muuttujat. Diskreetille muuttujalle määritellään todennnäköisyysjakauma todennäköisyyksien $P(X = x_i) = p(x_i)$ ja kertymäfunktion $F(x_c)$ avulla. Diskreetin satunnaismuuttujan tiheysfunktio määritetään pistetodennäköisyyksien avulla. ([40, s. 29], [42, s. 99])

Määritelmä 2. *[42, s. 94, 99] Olkoon Ω yleinen otosavaruus. Funktio $f(X) : \mathbb{R} \to [0, 1]$ on satunnaismuuttujan X* tiheysfunktio*, jos funktio toteuttaa ehdot*

1. $f(x) = P(X = x)$
2. $f(x) \geq 0$
3. $\sum_{x \in \Omega} f(x) = 1.$

Satunnaismuuttujan kertymäfunktio määritetään tiheysfunktion avulla.

Määritelmä 3. *[42, s. 114] Satunnaismuuttujan X* kertymäfunktio *$F(X)$ on*

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{r:r \leq x} f(r).$$

Kahden diskreetin satunnaismuuttujan X, Y yhteisjakauman odotusarvon määrittämisessä hyödynnetään tiheysfunktiota.

Määritelmä 4. *[42, s. 144] Olkoon X, Y diskreettejä satunnaismuuttujia ja $U = h(X, Y)$.* Yhteisjakauman eli satunnaisvektorin (X, Y) odotusarvo *on*

$$E(U) = E(h(X, Y)) = \sum_{(x,y) \in \Omega} h(x, y) f(x, y),$$

missä $f(x, y)$ on satunnaisvektorin tiheysfunktio.

Määritellään seuraavaksi odotusarvo, varianssi, keskihajonta, kovarianssi ja korrelaatio, sillä ne ovat keskeisiä menetelmien kannalta. Odotusarvoa voidaan pitää kaikista keskeisimpänä, sillä sen avulla voidaan määritellä muut edellä mainitut käsitteet. [40, s. 29]

Määritelmä 5. *[42, s. 122] Diskreetin satunnaismuuttujan X* ***odotusarvo*** *on*

$$\mu = E(X) = \sum_{x \in \Omega} x f(x).$$

Määritelmä 6. *[42, s. 125] Diskreetin satunnaismuuttujan X* ***varianssi*** *on*

$$Var(X) = \sigma^2 = E(x - \mu)^2 = \sum_{x \in \Omega} (x - \mu)^2 f(x).$$

Määritelmä 7. *[42, s. 126] Diskreetin satunnaismuuttujan X* ***keskihajonta*** *on*

$$D(X) = \sigma = \sqrt{Var(X)}.$$

Kovarianssin ja korrelaation avulla voidaan tutkia kahden saman kokeen satunnaismuuttujien X ja Y välistä tilastollista riippuvuutta. Keskinäisestä riippuvuudesta selviää myös laatu ja voimakkuus. Sekä kovarianssilla että korrelaatiolla tutkitaan lineaarista riippuvuutta. [42, s. 144-147]

Määritelmä 8. *[40, s. 30] Satunnaismuuttujien X ja Y* kovarianssi *on*

$$Cov(X,Y) = \sigma_{XY} = E((X-\mu_X)(Y-\mu_Y)),$$

missä $\mu_X = E(X)$ ja $\mu_Y = E(Y)$.

Kovarianssi voidaan laskea myös seuraavassa muodossa.

Lause 1. *[42, s. 145] Satunnaismuuttujien X ja Y välinen* kovarianssi *on*

$$\sigma_{XY} = E(XY) - E(X)E(Y).$$

Todistus. Satunnaismuuttujien X ja Y välinen *kovarianssi* on määritelmän 8 mukaan

$$\begin{aligned}\sigma_{XY} &= E((X-\mu_X)(Y-\mu_Y)) = E(XY - X\mu_y - \mu_x Y + \mu_X\mu_Y) \\ &= E(XY) - E(X)\mu_Y - \mu_X E(Y) + \mu_X\mu_Y = E(XY) - E(X)E(Y).\end{aligned}$$

□

Esitellään lause satunnaismuuttujien riippumattomuudesta, jotta voidaan myöhemmin käsitellä riippumattomien satunnaismuuttujien kovarianssia tarkemmin.

Lause 2. *[42, s. 146] Jos satunnaismuuttujat X ja Y ovat* riippumattomia*, niin*

$$E(XY) = E(X)E(Y).$$

Todistus. Olkoon satunnaismuuttujien X ja Y tiheysfunktiot $f_1(x)$ ja $f_2(x_2)$. Yhteisjakauman (X,Y) tiheysfunktio on $f(x,y) = f_1(x)f_2(y)$, koska satunnaismuuttujat ovat riippumattomia. Tällöin yhteisjakauman odotusarvo Määritelmän 4 mukaan on

$$\begin{aligned}E(XY) &= \sum_{(x,y)\in\Omega} xyf_1(x)f_2(y) \\ &= (\sum_{x\in\Omega} xf_1(x))(\sum_{y\in\Omega} yf_2(y)) \\ &= E(X)E(Y)\end{aligned}$$

□

Lause 3. *[42, s. 146–157] Jos satunnaismuuttujat X ja Y ovat* riippumattomia *niin kovarianssi $\sigma_{XY} = 0$.*

Todistus. Satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssi on Lauseen 1 mukaan

$$\sigma_{XY} \overset{Lause1}{=} E(XY) - E(X)E(Y) \overset{Lause2}{=} E(X)E(Y) - E(X)E(Y) = 0.$$

□

Satunnaismuuttujien välisen korrelaation määrittämiseen hyödynnetään Määritelmää 8.

Määritelmä 9. *[40, s. 30] Satunnaismuuttujien X ja Y **korrelaatio** on*

$$Corr(X,Y) = \rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sqrt{\sigma_X \sigma_Y}} = \frac{E(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)}{\sqrt{E(x_1 - \mu_1)^2 E(x_2 - \mu_2)^2}}.$$

Korrelaatio saa arvoja välillä $[-1, 1]$. Korrelaation arvot $\rho_{XY} = \pm 1$ kuvaavat satunnaismuuttujien X ja Y täydellistä lineaarista riippuvuutta. Korrelaation arvosta $\rho_{XY} = 0$ voidaan päätellä, että satunnaismuuttujien välillä ei ole lineaarista riippuvuutta. Lineaarisen riippuvuuden voidaan kuvailla olevan

- voimakasta, kun $|\rho| \geq 0,8$,
- huomattavaa, kun $0,6 \leq |\rho| < 0,8$,
- kohtalaista, kun $0,3 \leq |\rho| < 0,6$, ja
- merkityksetöntä, kun $|\rho| < 0,3$.

Korrelaatio tutkii vain lineaarisen riippuvuuden mahdollisuutta, joten satunnaismuuttujien välillä voi olla muita riippuvuuksia. [42, s. 145–146, 295–296]

4.2 Tunnusluvut

Tunnuslukuja käytetään aineiston kuvailemiseen suurpiirteisesti [62, s. 51]. Tunnusluvuista esitellään moodi, mediaani, aritmeettinen keskiarvo, otoskeskihajonta ja variaatiokerroin. Moodi, mediaani ja aritmeettinen keskiarvo ovat sijaintiarvoja. Sijaintiarvot kertovat, mihin järjestykseen tai suuruusluokkaan suurin osa aineiston arvoista sijoittuu. Otoskeskihajonta ja variaatiokerroin ovat hajontalukuja. Hajontaluvut kuvaavat aineiston muuttujien arvojen vaihtelua. [65, s. 121, 123]

Moodia kutsutaan myös tyyppiarvoksi. Moodi kertoo, mitä arvoa aineistossa on eniten. Moodia varten aineisto täytyy ryhmitellä luokkiin. Moodi on luokka, jonka havaintojen *frekvenssi* eli esiintymistiheys on kaikkein suurin. ([62, s. 51], [65, s. 48])

Mediaani kertoo järjestetyn aineiston keskimmäisen arvon. Aineisto järjestetään suuruusjärjestykseen mediaanin määrittämistä varten. Mediaani on järjestyksessä keskimmäisen havaintoyksikön arvo. Jos havaintoyksiköitä on parillinen määrä, mediaaniksi lasketaan kahden keskimmäisen havaintoyksikön keskiarvo. [62, s. 51]

Aritmeettinen keskiarvo, $\bar{x}$ on käytetyin ja tunnetuin tunnusluku. Keskiarvon avulla arvioidaan havaintoarvojen keskimääräistä suuruutta. Aritmeettinen keskiarvo määritetään kaavalla

$$\bar{x} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n}, \tag{4.1}$$

missä n on havaintojen lukumäärä ja x_i on yksittäisen havainnon arvo. Aritmeettinen keskiarvo on herkkä aineistossa esiintyville poikkeaville havainnoille. Herkkyyden vuoksi aineiston tulkinnassa kannattaa käyttää myös muita tunnuslukuja kuten moodia ja mediaania.([62, s. 52], [65, s. 122–123])

Otoskeskihajonnan, s avulla kuvataan yksittäisten muuttujien etäisyyttä keskimääräisestä muuttujasta. Otoskeskihajonnan arvo kertoo, kuinka kaukana muuttujan arvo on aritmeettisesta keskiarvosta. Jos otoskeskihajonnan arvo on suuri, muuttujan arvot ovat hajonneet koko tarkasteluvälille. Jos taas otoskeskihajonnan arvo on pieni, muuttujan arvot ovat lähellä aritmeettista keskiarvoa. Otoskeskihajonta on

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \tag{4.2}$$

missä n on havaintojen lukumäärä, x_i on yksittäisen havainnon arvo ja $\bar{x}$ on aritmeettinen keskiarvo. ([62, s. 53], [65, s. 124–125])

Variaatiokerrointa, v käytetään kahden eri otoksen otoskeskihajonnan vertailuun. Variaatiokerroin määritetään otoskeskihajonnan ja aritmeettisen keskiarvon välisenä suhteena

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 \tag{4.3}$$

Variaatiokertoimen arvo esitetään prosentteina. Variaatiokertoimen avulla voidaan tarkastella kahden muuttujan suhteellista hajontaa. Vertailemalla eri muuttujien variaatiokertoimia voidaan päätellä, miten muuttujien hajonnat eroavat toisistaan prosentuaalisesti. [65, s. 125]

4.3 Todennäköisyysjakaumia

Satunnaismuuttujien todennäköisyysjakauma määrittelee tutkimuksen suuntaa. Tässä kappaleessa esitellään tutkimuksen kannalta tärkeimmät todennäköisyysjakaumat: normaalijakauma ja χ^2-jakauma.

4.3.1 Normaalijakauma

Normaalijakauma on yleisimmin käytetty jatkuva jakauma. Normaalijakaumaa kutsutaan myös *Gaussin jakaumaksi* sen keksijän *Friedrich Gaussin* mukaan [39, s. 122]. Satunnaismuuttuja X, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2, on normaalijakautunut otosavaruudessa $\mathbb{R}$, jos sen tiheysfunktio on

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0), \tag{4.4}$$

tällöin merkitään $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. [40, s. 32]

Standardoitua normaalijakaumaa noudattava satunnaismuuttuja Z on muotoa

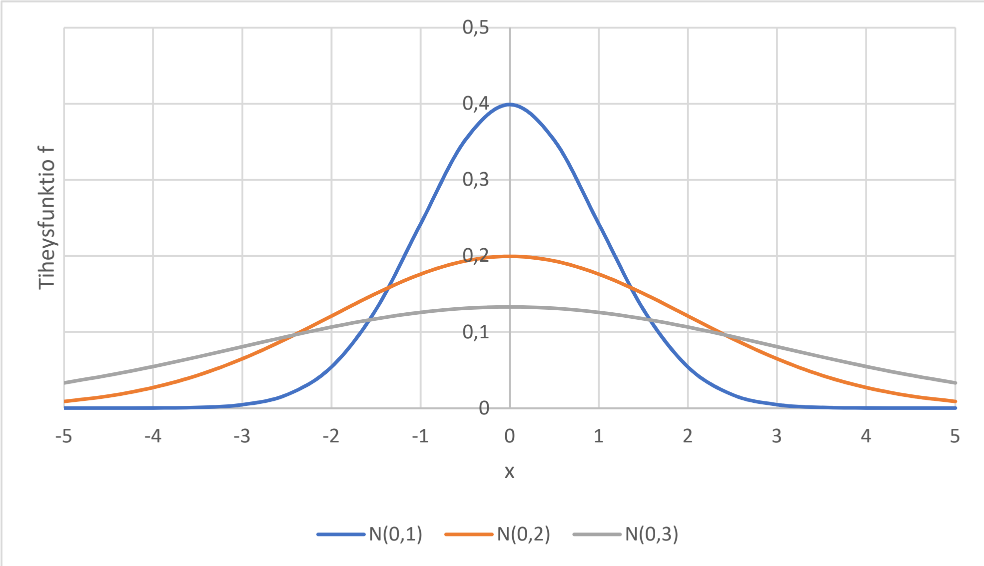
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}. \tag{4.5}$$

Standardoitu normaalijakautunut satunnaismuuttuja merkitään $Z \sim N(0, 1)$, mistä käy selväksi, että odotusarvo $\mu = 0$ ja varianssi $\sigma = 1$. ([34, s. 360], [40, s. 32])

Standardinormaalijakauman tiheysfunktio on

$$f(z; 0, 1) = \phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, \quad z \in \mathbb{R}. \tag{4.6}$$

Standardoidun normaalijakauman tiheysfunktiolle käytetään merkintää ϕ.([34, s. 360], [40, s. 32])



Kuva 4.1 *Normaalijakauman tiheysfunktioita vapausasteilla.*

Normaalijakauman tiheysfunktioita on esitelty kuvassa 4.1. Normaalijakauman keskimääräisten havaintojen osuus ja todennäköisyys on suuri. Häntätodennäköisyykisiksi kutsutaan harvinaisten tapauksien todennäköisyyttä. Normaalijakauman tiheysfunktion ja x-akselin väliin jäävä pinta-ala on 1. Tätä arvoa kutsutaan *kokonaistodennäköisyydeksi*. Suurilla otoskoilla normaalijakauman havainnot, jotka sijoittuvat jakauman häntiin, ovat erittäin harvinaisia.

Normaalijakaumaa pidetään tärkeimpänä jakaumana, sillä siitä voidaan johtaa muita tunnettuja jakaumia kuten χ^2- ja t-jakaumat [40, s. 32]. Normaalijakauman tärkeys perustuu myös sen esiintymiseen luonnossa. Sellaiset luonnossa esiintyvät ominaisuudet, joihin vaikuttaa useampi kuin yksi tekijä, seuraavat normaalijakaumaa likimäärin. Esimerkiksi lähes kaikki käyttäytymistieteiden tutkittavat ilmiöt noudattavat normaalijakaumaa. [39, s. 123]

4.3.2 χ^2-jakauma

Normaalijakauman avulla mallinnetaan keskiarvojen jakaumaa toisin kuin χ^2-jakaumaa käytetään varianssien mallinnukseen. χ^2-jakauma on tärkein jakauma varianssien mallintamiseen. Toisistaan riippumattomien normaalijakaumaa noudattavien satunnaismuuttujien $Z_i \sim N(0,1)$ neliösumma

$$\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$$

noudattaa χ^2-jakaumaa vapausasteella n. χ^2-jakaumaa vapausastein n merkitään yleisesti $\chi^2(n)$. [39, s. 127]

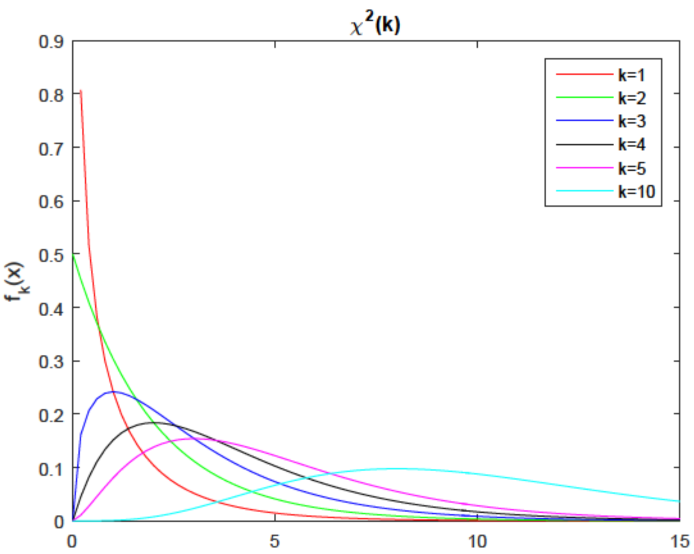
χ^2-jakauman tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, \text{ kun } x \geq 0. \tag{4.7}$$

Tiheysfunktiossa esiintyvä Eulerin gammafunktio Γ on

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty e^w w^{t-1} dw. \tag{4.8}$$

Laskemista varten monet taulukkokirjat ovat listanneet χ^2-jakauman tiheysfunktion arvoja ja ohjelmistot sisältävät valmiita funktioita hyödyntämistä varten. [39, s. 127]



***Kuva 4.2** χ^2-jakauman tiheysfunktioita vapausasteilla **k**.*

Kuvassa 4.2 on esitetty χ^2-jakauman tiheysfunktioita eri vapausasteilla. Kuvan perusteella voidaan sanoa χ^2-jakauman olevan oikealle vino. Vinous vähenee vapausasteiden kasvaessa. χ^2-jakaumaa käytetään populaatiovarianssien mallintamisessa. Tästä syystä monet populaatiovarianssin mallintamiseen liittyvät testisuureet noudattavat χ^2-jakaumaa. [39, s. 127]

4.4 Tilastollinen testaus

Tilastollisella tutkimuksella ja perusjoukon otoksella yritetään löytää havaintoja, jotka pätevät koko perusjoukossa. Tutkimuksen perusteella löydettyjä tuloksia yleistetään perusjoukkoon eli selvitetään, kuinka todennäköisesti tulos esiintyy myös perusjoukossa. Tilastolliset merkitsevyystestaukset osoittavat, kuinka todennäköisesti tutkimustieto voidaan yleistää koskemaan koko ryhmää, jonka sisältä tutkimustietoa kerätään, ja näin ollen pitää tutkimustulosta merkitsevänä. [62, s. 71]

4.4.1 Hypoteesien testaus ja p-arvot

Hypoteesilla tarkoitetaan tutkijan tekemää ennakko-oletusta. Tutkija muodostaa ennakko-oletuksensa joko aikaisemman tutkimustulosten tai teoreettisen tiedon perusteella. Hypoteesin testausta tarvitaan silloin, kun otos on pieni, ennakko-oletus ei päde tai tulos on ennakko-oletusten vastainen. Hypoteesin testaus auttaa tutkijaa päätöksen teossa, voidaanko tutkimustulokset yleistää koko perusjoukkoa koskevaksi vai ei. [65, s. 132]

Ensimmäinen vaihe hypoteesin testauksessa on esittää tutkimushypoteesi tilastollisen hypoteesin muodossa. Hypoteesi voidaan esittää tilastollisesti joko suoraan tai epäsuoraan. Useimmiten hypoteesi esitetään epäsuorasti nollahypoteesina H_0 (*null hypothesis*). Nollahypoteesi voidaan esittää muodossa

$$H_0 : \theta = \theta_0, \tag{4.9}$$

jossa parametri θ, jota testataan. [40, s. 41]

Nollahypoteesin lisäksi määritellään vastahypoteesi (*alternative hypothesis*) H_1. Mikäli nollahypoteesi hylätään, tulee vastahypoteesi voimaan. Aiemmin esitetyn nollahypoteesin 4.9 vastahypoteesi olisi

$$H_1 : \theta \neq \theta_0 \tag{4.10}$$

tai

$$H_1 : \theta > \theta_0 \tag{4.11}$$

tai

$$H_1 : \theta < \theta_0. \tag{4.12}$$

Vastahypoteesit voivat olla joko yksi- tai kaksisuuntaisia riippuen testistä ja ennakkotiedoista. Ensimmäinen vastahypoteesi 4.10 on kaksisuuntainen ja jälkimmäiset 4.11 ja 4.12 ovat yksisuuntaisia. Yksisuuntaisten vastahypoteesien asettaminen vaatii aiempaa tutkimustietoa. ([34, s. 364–366],[40, s. 41–42])

Hypoteesien H_0 ja H_1 testaaminen perustuu siihen, että vain toinen hypoteeseista voi olla oikea. Jos nollahypoteesi H_0 todetaan oikeaksi, päätellään vastahypoteesin H_1 olevan väärä. Tämä pätee myös toisin, jos nollahypoteesi kumotaan, vastahypoteesi on oikea. Tutkimusta tarkastellaan usein nollahypoteesin kannalta: joko H_0 hyväksytään tai hylätään. [34, s. 366]

Hypoteeseja tutkitaan testisuureen avulla. Testisuure on tilastomatemaattinen menettely, jonka avulla selvitetään, hyväksytäänkö nollahypoteesi H_0 vai hylätäänkö se. Testisuureeksi käy mikä tahansa tunnusluku, joka noudattaa seuraavia ehtoja: [34, s. 367]

- ”Testisuureen (itseisarvoltaan) suuret arvot merkitsevät, että aineisto puhuu nollahypoteesia vastaan. Erityisesti mitä suuremman arvon testisuure saa, sitä voimakkaammin se puhuu nollahypoteesia vastaan.”
- ”Testisuureen taustalla oleva jakauma tunnetaan, kun H_0 pätee.”

Päätösteoriassa tutkitaan todennäköisyyttä totta olevan hypoteesin hylkäämiselle. Päätösteoriassa ratkaistaan merkitsevyystaso, joka on todennäköisyys sille, että hypoteesi hylätään virheellisin perustein. Merkitsevyystasoa kutsutaan myös riskitasoksi. Yleisesti on käytössä merkitsevyystasot $0,05$; $0,01$ ja $0,001$. ([34, s. 367], [40, s. 42])

Tilastollisessa tutkimuksessa lasketaan testin saaman p-arvo. Testin p-arvo kertoo, millä todennäköisyydellä nollahypoteesi on oikea. Merkitsevyysrajat p-arvolle on esitetty taulukossa 4.1. Jos p-arvo on lähellä nollaa, voidaan olettaa vastahypoteesin olevan oikeassa. Jos p-arvo on lähellä ykköstä, voidaan olettaa nollahypoteesin pitävän paikkansa. [39, s. 137]

Taulukko 4.1 *Tilastolliset merkitsevyysrajat p-arvolle [40, s. 43]*

p-arvo	Tilastollinen kuvaus
$0,01 < p < 0,05$	Melkein merkitsevä
$0,001 < p < 0,01$	Merkitsevä
$p \leq 0,01$	Erittäin merkitsevä

Tutkimuksen kannalta on tärkeää esittää sekä p-arvon tulkinta että numeerinen arvo. Numeerisen arvon avulla lukija voi itse päätellä tutkimuksen luotettavuutta. Merkitsevyysrajat on asetettu helpottamaan p-arvon tulkintaa. Merkitsevyysrajojen ylittämisellä tai alittamisella ei voi suoraa päätellä, kumpi hypoteesi pitää paikkansa. ([34, s. 370], [39, s. 138])

4.4.2 Ristiintaulukointi ja χ^2-testi

Kahden tai useamman muuttujan välistä yhteyttä voidaan tutkia ristiintaulukoinnilla [62, s. 55]. Ristiintaulukointi on alkeellinen tieto muuttujien välisestä yhteydestä. Ryhmien välistä todellista riippuvuutta voidaan tutkia χ^2-testin avulla. χ^2-testi kertoo, onko ryhmien välillä riippuvuutta vai onko kyse sattumasta. [34, s. 293]

χ^2-testi perustuu kontingenssitaulujen laskemiseen. Kontingenssitaulut ovat taulukkoja, joissa esitetään kahden luokittelevan muuttujan yhdistelmien frekvenssit. χ^2-testi mittaa kahden muuttujan välistä riippuvuutta. Testiä voidaan käyttää, jos kaksi edellytystä ovat voimassa: yhdenkään solun odotettu frekvenssi ei ole pienempi kuin yksi ja solujen odotusarvoista enintään 20 % on pienempiä kuin 5. ([34, s. 293–296], [50, s. 160, 164])

Esitellään kontingenssitaulut ennen χ^2-testiä. Kaksiulotteisessa kontingenssitaulussa, esitetään kahden muuttujan luokat ensimmäisessä rivissä ja sarakkeessa. Rivin ja sarakkeen luokkien leikkauskohtia kutsutaan soluiksi. Solut sisältävät luokkien yhdistelmän frekvenssit. Solujen frekvenssien avulla pyritään tutkimaan, ovatko luokat riippumattomia vai eivät. [50, s. 161–162]

Käydään läpi malli, jolla luokkien riippumattomuus voidaan esittää. Olkoon populaatiosta satunnaisesti valitun alkion todennäköisyys osua rivin i sarakkeeseen j p_{ij}. Merkitään todennäköisyyttä osua rivin i mille tahansa sarakkeelle p_{i+} ja vastaavasti todennäköisyyttä osua sarakkeen j mille tahansa riville p_{+j}. Todennäköisyyksiä p_{i+} ja p_{+j} kutsutaan reuna- ja marginaalitodennäköisyyksiksi. [50, 161–162]

Reuna- ja marginaalitodennäköisyyksien avulla määritellään nolla- ja vastahypoteesit. Nollahypoteesin mukaan tekijät ovat riippumattomia, jolloin

$$H_0 : p_{ij} = p_{i+}p_{+j}.$$

Riippumattomien muuttujien todennäköisyys joutua sekä riville i että sarakkeelle j ilmaistaan sarake- ja rivitodennäköisyyksien tulona. [50, 162]

Vastahypoteesin mukaan tekijät eivät ole riippumattomia. Kuten nollahypoteesi myös vastahypoteesi voidaan ilmaista sarake- ja rivitodennäköisyyksien avulla seuraavasti

$$H_1 : p_{ij} \neq p_{i+}p_{+j}.$$

Vastahypoteesista ei voida päätellä, minkälaista riippuvuutta muuttujien välillä on. [50, 162–163]

Reuna- ja marginaalijakaumien avulla voidaan laskea jokaiselle solulle odotetut frekvenssit. Merkitään rivin i ja sarakkeen j solussa havaittua frekvenssiä o_{ij}. Saman solun odotettua frekvenssiä merkitään u_{ij}. Odotettu frekvenssi on nollahypoteesin mukaisessa tapauksessa määritelty reunajakaumien avulla laskettava frekvenssi. *Odotettu frekvenssi* on

$$u_{ij} = np_{i+}p_{+j}, \tag{4.13}$$

missä n on otoskoko eli kaikkien havaintojen summa. ([34, s. 293], [50, s. 163])

Koska nollahypoteesissa esiintyviä reunajakaumia ei todellisessa aineistossa tunneta, täytyy odotettu frekvenssi arvioida tunnetun aineiston avulla. Merkitään kunkin rivin havaintojen summaa o_{i+} ja kunkin sarakkeen havaintojen summaa o_{+j}. Rivien ja sarakkeiden havaintojen lukumäärän avulla voidaan arvioida *rivi-* ja *marginaalitodennäköisyydet* seuraavasti

$$\hat{p}_{i+} = \frac{o_{i+}}{n} \tag{4.14}$$

ja

$$\hat{p}_{+j} = \frac{o_{+j}}{n}. \tag{4.15}$$

Arvioitujen todennäköisyyksien avulla voidaan arvioida nollahypoteesi muotoon

$$\hat{p}_{ij} = \hat{p}_{i+}\hat{p}_{+j}. \tag{4.16}$$

Sijoitetaan odotetun frekvenssin kaavaan 4.13 näin arvioitu todennäköisyys

$$e_{ij} = n\hat{p}_{i+}\hat{p}_{+j} = n\frac{o_{i+}}{n}\frac{o_{+j}}{n} = \frac{o_{i+}o_{+j}}{n}. \tag{4.17}$$

Kontingenssitaulussa esitetään jokaisen solun odotettu ja havaittu frekvenssi. ([34, s. 294], [50, s. 163])

Odotettujen ja havaittujen frekvenssien avulla voidaan laskea χ^2-testisuure. Testisuure lasketaan seuraavasti

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=i}^{c}\frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}, \tag{4.18}$$

missä r on kontingenssitaulun rivien lukumäärä ja c sarakkeiden lukumäärä. Jotta testisuureita voisi verrata vastaaviin kirjallisuusarvoihin, tarvitaan testisuureen vapausaste df. Vapausaste on

$$df = (r-1)(c-1). \tag{4.19}$$

Vapausasteiden avulla voidaan vertailla, vastaako tutkittava χ^2-testisuure χ^2-jakaumaa samoilla vapausasteilla ([34, s. 294–295], [50, s. 163–164])

Testisuureen h ja vapausasteen df avulla voidaan määrittää χ^2-jakauman kriittisiä arvoja taulukosta. Kyseisiä taulukoita löytyy menetelmäkirjoista kuten lähteestä [62, s. 115]. Tilastolaskennan ohjelmistot laskevat testin p-arvot automaattisesti. Mitä suurempi testisuureen χ^2 arvo on, sitä pienempi kyseinen p-arvo on. [34, s. 295]

χ^2-testin perusmenetelmä ei sovellu käytettäväksi otokselle, jossa pieniä luokkia tai soluja, joille pätee $2 < \frac{f_i g_j}{n} < 5$, on yli 20 prosenttia. Tällöin testisuureelle tulee laskea *Yatesin jatkuvuuskorjain* χ^2_{adj} tai käytettävä Fisherin tarkkaa testiä. [34, s. 296–297]

4.4.3 Mann-Whitneyn testi

Mann-Whitneyn testiä kutsutaan myös U-testiksi, Mann-Whitney-Wilcoxonin testiksi sekä Wilcoxonin testiksi [50, s. 195]. Testi kantaa sekä työparin Mann ja Whitney että Wilcoxonin nimiä, sillä molemmat esittivät saman järjestyslukutestin lähes samanaikaisesti [39, s. 250]. Testi on erittäin tehokas järjestysasteikollisten muuttujien tutkimuksessa ja testiä voidaan hyödyntää, vaikka otoskoko jäisi pieneksi [34, s. 320].

Mann-Whitneyn testi sopii pienille riippumattomille otoksille. Testiä käytetään kahden järjestys- tai välimatka-asteikollisen muuttujan vertailuun. Testi havaitsee muuttujien jakaumien eroavaisuuksia. Nollahypoteesi voidaan määrittää tutkimuksesta riippuen esimerkiksi mediaanien tai keskiarvojen avulla. Valitaan nollahypoteesi H_0 niin, että muuttujien luokkien mediaanit ovat samanlaiset. Vastahypoteesin H_1 mukaan mediaanit ovat erilaiset. Mitä pienempi Mann-Whitneyn testisuure U on, sitä suuremmalla todennäköisyydellä jakaumat ovat erilaiset. ([34, s. 320], [39, s. 250], [50, s. 195])

Merkitään testattavia populaatioita A ja B ja niiden otoskokoja n_A ja n_B. Oletetaan otoskoon n_B olevan suurempi. Mann-Whitney testi perustuu yhdistettyjen otosten järjestämiseen suuruusjärjestykseen, minkä jälkeen havainnoille annetaan järjestysluvut. Vertaillaan populaatioille annettuja järjestyslukuja keskenään. Mikäli nollahypoteesi pitää paikkansa, havainnot ovat tasaisesti sekaisin järjestetyssä aineistossa. Mikäli nollahypoteesi hylätään, toisen populaation järjestysluvut ovat selvästi pienempiä tai suurempia kuin toisen. Pienillä otoksilla voidaan vertailla testisuuretta jakaumaan, jonka arvot ovat tarkkoja arvoja. Suuremmilla otoksilla testisuuretta verrataan likimääräiseen jakaumaan. [50, s. 195–196]

Pienille otoksille ($n_B \leq 20$) voidaan laskea Mann-Whitneyn testisuure U. Testisuure voidaan laskea kumman tahansa populaation A tai B kannalta. Jos lasketaan testisuuretta populaation B kannalta, testisuure U kertoo, kuinka monta populaation A havaintoa on järjestetyssä aineistossa ennen populaation B kaikkia havaintoja. Esimerkiksi, jos populaation B ensimmäistä havaintoa edeltää kaksi ja toista havaintoa edeltää kolme populaation A havaintoa, tällöin testisuure on näiden havaintojen lukumäärän summa $U = 2+3 = 5$. Merkitään eri populaatioiden kannalta laskettuja testisuureita U ja U_1. Testisuureista pienempi jää voimaan. Testisuureet ovat toisistaan riippuvia seuraavasti

$$U + U_1 = n_A n_B. \tag{4.20}$$

Testisuureista toisen arvo voidaan ratkaista kaavan 4.20 avulla, kunhan toinen tiedetään. ([39, s. 250–251], [50, s. 196–197])

Testisuureen U laskemista varten yhdistetään populaatioiden A ja B aineistot, jolloin otoskoko on $n_A + n_B$. Saatu yhteisotos järjestetään pienimmästä suurimpaan ja järjestyksen mukaan jokaiselle havainnolle annetaan järjestysluku. Mikäli yhteisotoksen havainnoilla on samoja arvoja, jokaisen havainnon järjestysluvuksi tulee havaintojen järjestyslukujen keskiarvo. Merkitään populaation A havaintojen saamia järjestyslukuja a_i ja populaation B havaintojen järjestyslukuja b_j. Otosten järjestyslukujen summat ovat

$$R_A = \sum_{i=1}^{n_A} a_i \tag{4.21}$$

ja

$$R_B = \sum_{j=1}^{n_B} b_j, \tag{4.22}$$

missä R_A on populaation A havaintojen järjestyslukujen summa ja R_B populaation B havaintojen järjestyslukujen summa. ([39, s. 250–251], [50, s. 196–197])

Määritellään testisuureet seuraavasti

$$U = n_A n_B + \frac{n_A(n_A+1)}{2} - R_A \tag{4.23}$$

ja

$$U_1 = n_A n_B + \frac{n_B(n_B+1)}{2} - R_B. \tag{4.24}$$

Molempia järjestyslukujen summia R_A ja R_B ei tarvitse laskea, sillä toinen testisuure voidaan ratkaista yhtälön 4.20 avulla. [50, s. 197]

Suurille otoksille ($n_B > 20$) lasketaan merkitsevyystaso hyödyntäen normaalijakaumaa. Kun otoskoot n_1 ja n_2 kasvavat, testisuureen U jakauma lähestyy normaalijakaumaa. Suurelle otoksilla lasketaan normitettu Mann-Whitneyn testisuure z. Normitettua testisuuretta varten määritetään jakauman keskiarvo

$$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2} \tag{4.25}$$

ja keskihajonta

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}. \tag{4.26}$$

Normitettu Mann-Whitneyn testisuure saadaan keskiarvon ja keskihajonnan avulla seuraavasti

$$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}. \tag{4.27}$$

Lopullisena testiarvona käytetään normitetun testisuureen itseisarvoa

$$\begin{aligned} |z| &= \left|\frac{U - \mu_U}{\sigma_U}\right| = \frac{|U - \mu_U|}{\sigma_U} \\ &\overset{4.25}{=} \frac{|U - \frac{n_1 n_2}{2}|}{\sigma_U} \overset{4.20}{=} \frac{|U - \frac{U+U_1}{2}|}{\sigma_U} \\ &= \frac{|U - U_1|}{2\sigma_U}. \end{aligned} \tag{4.28}$$

Kumpaa tahansa testisuureen U kaavaa 4.23 tai 4.24 voidaan käyttää, sillä testisuureen itseisarvo on laskutavasta riippumaton. [50, s. 198–199])

Kriittisiä arvoja riskitodennäköisyyksille on hankala laskea käsin, mutta laskentaohjelmistoilla kuten R tai Matlab niiden ratkaiseminen onnistuu. Aiemmin riskitodennäköisyydet katsottiin tilastotieteen kirjojen taulukoista kuten pienille otoksille lähteestä [39, s. 387] ja suurille otoksille lähteestä [50, s. 542]. Suurilla otoksilla normitettua Mann-Whitneyn testisuureen z muoto noudattaa likimain normitettua normaalijakaumaa, joten riskitaso saadaan normitetun normaalijakauman tiheysfunktion rajaamien pinta-alojen taulukosta [50, s. 542]. Jos laskettu testiarvo on suurempi tai yhtä suuri kuin taulukossa esiintyvä kriittinen arvo, vastahypoteesi tulee voimaan ja nollahypoteesi hylätään ([36, s. 16], [39, s. 387]).

4.4.4 Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testi

Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testiä kutsutaan myös merkityn järjestyksen testiksi. Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testi on ei-parametrinen testi, jonka populaatioiden jakauman on oltava symmetrinen. Testi tarkastelee populaatioiden keskilukuja toisiinsa. Testi huomioi testisuureiden havaintoparien välisestä erosta sekä suuruuden että suunnan. Tästä syystä Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testiä pidetään tehokkaana. ([39, s. 253], [50, s. 214–215])

Testin nollahypoteesin mukaan kahden populaation järjestyslukujakaumat vastaavat toisiaan. Vastahypoteesi on, että järjestyslukujakaumat eivät ole samanlaiset. [39, s. 253]

Tutkitaan populaation A havaintoja x_i ja populaation B havaintoja y_i havaintopareina (x_i, y_i), missä $i = 1, ..., n$ ja n on tutkimuksen suurimman havaintojoukon otoskoko. Lasketaan havaintoparien väliset erotukset

$$d_i = x_i - y_i, \text{ missä } i = 1, ..., n. \tag{4.29}$$

Erotuksien d_i itseisarvot järjestetään suuruuden mukaiseen järjestykseen ja korvataan järjestysluvulla w_i. Erotuksen d_i etumerkki säilytetään järjestysluvun edessä. Toisin sanoen, jos erotus d_i on negatiivinen, vaihdetaan vastaava järjestysluvun w_i arvo vastaluvukseen. Jos erotus d_i on positiivinen, säilyy vastaava järjestysluku w_i myös positiivisena. ([39, s. 253–254], [50, s. 214–215])

Jos erotuksen arvo $d_i = 0$, ei kyseisiä havaintoja oteta huomioon. Lisäksi, jos havaintojen erotuksien d_i arvot ovat yhtä suuret, annetaan järjestysluvuille arvoksi vastaavien järjestyslukujen keskiarvo. [50, s. 215]

Positiiviset järjestysluvut w_i lasketaan yhteen positiivisten järjestyslukujen summaksi R_+ ja vastaavasti negatiiviset järjestysluvut w_i lasketaan yhteen negatiivisten järjestyslukujen summaksi R_-. Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testin testisuure saadaan pienemmästä järjestyslukujen summasta seuraavasti

$$T = \begin{cases} R_+, \text{ jos } R_+ < |R_-| \\ |R_-|, \text{ jos } R_- < |R_+| \end{cases} \tag{4.30}$$

Testisuureen arvoa verrataan kriittisiin arvoihin. Yleisesti voidaan sanoa pienten testisuureiden arvojen olevan nollahypoteesia vastaan. ([39, s. 253], [50, s. 215])

Kuten Mann-Whitneyn testin tapauksessa myös merkittyjen järjestyslukujen tapauksessa kriittisten arvojen laskeminen on työlästä. Nykyisten laskentaohjelmistojen, kuten Matlabin tai SPSS Statisticsin, avulla kriittiset arvot voidaan laskea automaattisesti. Kun laskentaohjelmistoja ei ollut saatavilla, käytettiin kriittisten arvojen ratkaisemiseen valmiita taulukkoja, esimerkiksi tilastotieteen kirjoista kuten lähteestä [50, 555]. Jos laskettu testisuureen arvo on pienempi tai yhtä suuri kuin taulukosta luettu riskitason arvo, hylätään nollahypoteesi. Jos testisuureen arvo on suurempi kuin riskitason arvo, hyväksytään nollahypoteesi. [50, s. 215]

4.4.5 Efektikoko

Tutkimuksen merkittävyyttä tutkitaan usein tilastollisen merkitsevyyden kautta. Tilastollista merkitsevyyttä mitataan esimerkiksi p-arvoina, joiden avulla analysoidaan jääkö hypoteesi voimaan vai ei. Tilastollisen merkitsevyyden lisäksi on tärkeää mitata muuttujien yhteyden voimakkuutta. Merkitsevyyden voimakkuutta kutsutaan *efektikooksi*. Efektikoon arviointi on tärkeää tutkimuksen käytännöllisen sekä teoreettisen merkityksen määrittämisessä sekä analyysin voimakkuudessa ja sen vertailussa. [16, s. 2]

Tutkijan ei tarvitse tyytyä vain tilastollisen merkityksen määrittämiseen, kun efektikoon avulla voidaan määrällisesti arvioida tutkimuksen vaikutusta. Efektikoko kuvaa havaittujen vaikutusten voimakkuutta, eikä ole riippuvainen tutkimuksen otoskoosta. Efektikoon laskennalla voidaan verrata myös useampia tutkimuksia. Aiempien tutkimusten avulla, joissa on laskettu tutkimuksen efektikoko, voidaan tehdä arviointeja myös sopivista otoskoista uusiin tutkimuksiin. [16, s. 2]

Efektikoon laskentaan on kehitetty useita tapoja, jotka palvelevat erilaisia aineistoja ja käyttökohteita. Yksinkertaisin tapa laskea efektikokoa on vertailla kahden aineiston keskiarvoja. Kuitenkin usein on keskiarvon lisäksi huomioitava myös aineiston jakauma. Usein kahden otoksen efektikoon laskemiseen suositellaan standardoitua keskiarvojen erotusta laskettaessa esimerkiksi Cohenin d tai Hedgen g. Kun aineistossa on kaksi riippumatonta tai riippuvaa muuttujaa, jotka ovat joko järjestysasteikollisia tai määrällisiä, hyödynnetään muuttujien vaihteluväliä kuten laskettaessa η^2, η_p^2, r tai R^2. Kategoriselle aineistolle voidaan määrittää efektikoko laskemalla ϕ, Cramérin ϕ_c tai Cohenin w. [16, s. 3] Tämän tutkimuksen määrällisen analyysin aineisto on järjestysasteikollista, joten esitellään efektikoon laskentamalleista esittelyksi Cohenin d ja Hedgen g sekä aineiston analysointia varten r, ϕ ja ϕ_c.

Cohenin d ja Hedgen g määrittelevät efektikoon ryhmäkeskiarvojen standardoituna erotuksena. Cohenin mukaan efektikoko on

$$d = \frac{\bar{x_1} - \bar{x_2}}{\sigma}, \tag{4.31}$$

jossa $\bar{x_1}$ ja $\bar{x_2}$ ovat ryhmäkeskiarvoja ja σ on vertailtavien muuttujien yhteinen keskihajonta. Hedgen efektikoko on

$$g = \frac{\bar{x_1} - \bar{x_2}}{s}, \tag{4.32}$$

jossa s on asetelman solujen keskihajonta. Cohenin d ja Hedgen g määritelmät vastaavat toisiaan. Ainoastaan nimittäjän keskihajonnan laskenta muuttuu. Cohenin d määritelmässä yhdistetty keskihajonta lasketaan otoskoon n ollessa nimittäjänä, kun taas Hedgen g lasketaan käyttäen nimittäjänä yhdistettyä otoskeskihajontaa, jonka nimittäjä on $n-1$. Cohenin d ja Hedgen g voivat saada arvoja välillä $[-\infty, \infty]$. ([38, s. 562], [16, s. 7])

Efektikoko voidaan määritellä myös korrelaatiokertoimen avulla. Esimerkiksi efektikoko r on laskettu perustuen riippuvan ja riippumattoman muuttujan yhteiseen vaihteluun. Jos muuttujat ovat numeerisia, voidaan r määrittää esimerkiksi Pearsonin tulomomenttikertoimesta, Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimesta tai t-testin t-arvosta. Ei-parametristen testien kuten Mann-Whitneyn tai Wilcoxonin testien tapauksissa efektikoko arvioidaan kyseisen testin tunnusluvun. Tilastolaskennan ohjelmistot kuten SPSS Statistics laskee testien tunnusluvut automaattisesti. Merkitään efektikoon laskennan esittämiseksi molempien testien tunnuslukuja muuttujalla Z. Efektikoko r Mann-Whitneyn tai Wilcoxonin testeille on

$$r = \frac{Z}{\sqrt{N}}, \tag{4.33}$$

missä N on otoskoko. ([38, s. 563], [16, s. 13])

Efektikokoa r voidaan pitää parempana tunnuslukuna kuin Cohenin d, sillä r saa arvoja vain välillä $[-1, 1]$ ja r voidaan määrittää useamman tyyppisen aineiston tapauksissa. Koska r voidaan määrittää useamman tyyppisen tutkimuksen tapauksessa, voidaan erilaisten tutkimusten efektikokoja myös verrata toisiinsa. [38, s. 563]

Efektikoon tulkintaan ei ole asetettu tarkkoja rajoja. Cohen on ehdottanut tulkittaviksi rajoiksi arvoja, jotka on esitetty taulukossa 4.2. Taulukossa on esitetty efektikoolle r kahdet eri rajat eri lähteiden mukaisesti. Ensimmäiset rajat lähteestä [16] ovat Cohenin antamia arvioita efektikoon r rajoiksi. Toiset rajat lähteestä [38] on laskettu Cohenin antamista rajoista efektikoolle d muuntokaavalla 4.34. Näitä arvoja ei kuitenkaan kannata tulkita tarkkoina rajoina vaan suuntaa antavina ehdotuksina, jos tarkempia arviointirajoja ei ole saatavissa. [16, s. 8]

Taulukko 4.2 *Efektikokojen d ja r tulkinnan helpottamiseksi asetetut rajat. Efektikoon rajat r_a on arvioituja ja rajat r_l on laskettu efektikoon d rajoista. ([38, s. 564], [16, s. 8–12])*

Päätelmä	d	r_a	r_l
Suuri	0,8	0,5	0,37
Keskinkertainen	0,5	0,3	0,24
Pieni	0,2	0,1	0,1

Efektikokojen d ja r arvoja voidaan muuntaa toisikseen muuntokaavan

$$r = \frac{d}{\sqrt{d^2 + 4}} \tag{4.34}$$

avulla. Muuntokaavojen avulla voidaan verrata myös eri tavalla määritettyjä efektikoon arvoja. ([38, s. 564], [16, s. 9])

χ^2-testin efektikoko voidaan määrittää seuraavasti

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}. \tag{4.35}$$

Efektikoko ϕ sopii aineistolle, jonka kontingenssitaulu on kokoa 2×2. Efektikoko ϕ on verrattavissa aiemmin esitetyn efektikoon r arvoihin ja sen arvioinnissa voidaan käyttää samoja rajoja kuin efektikoon r arvioinnissa. Suuremman aineiston tapauksessa täytyy efektikoon laskentaa korjata seuraavasti

$$\phi_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(k-1)}}, \tag{4.36}$$

missä k on rivien tai sarakkeiden lukumääristä pienempi. Efektikokoa ϕ_c kutsutaan myös Cramérin V:ksi. [16, s. 12–13]

5. YRITYSYHTEISTYÖPROJEKTEJA

Tässä luvussa esitellään yhteistyöyritysten kanssa kehitettyjä projekteja vuosiluokkien 7-9 matematiikan opetukseen. Projekteja on suunniteltu yritysten kanssa yhteistyössä LUMA SUOMI-kehittämishankkeen projektipankkiin. Valmiit projektit tulevat esille LUMATE-keskuksen verkkosivuille [58] opettajien vapaaseen käyttöön. Materiaalit projekteihin on suunniteltu mahdollisimman valmiiksi, jotta kynnys niiden hyödyntämiseen olisi mahdollisimman pieni.

Yritykset osana projekteja tuovat matematiikan tunneilla opitut taidot osaksi työelämän tehtäviä. Oppilaat voivat kokea matematiikan opiskelun hyödyttömäksi, sillä heillä ei ole tarkkaa näkemystä matematiikan tarpeellisuudesta ja hyödyntämisestä koulun ulkopuolella. Projektien sitomisella yrityksiin on tarkoitus osoittaa oppilaille, millaisia tietoja ja taitoja tarvitaan työelämässä, sekä miten koulussa opittuja taitoja voidaan soveltaa työelämässä. [35]

Projektien käyttäminen osana opetusta tukee vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden oppimisympäristöjä ja työtapoja. Yritysten kanssa tehty yhteistyö lisää oppimisympäristöjen monipuolisuutta, mikä opetussuunnitelmien perusteiden mukaan tukee myös koulun kasvatustehtävää. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa mainitaan useassa kohdassa yhteistyön hyödyntäminen yritysten ja asiantuntijoiden kanssa. [41]

5.1 Mastolavojen matematiikkaa-projekti

Scanclimber Oy:n kanssa yhteistyössä suunnitellussa projektissa oppilaat suunnittelevat mastolavojen myyntiä vesitornin kunnostustyöprojektiin. Mastolavojen suunnittelussa ja kuorman siirtämisessä tulee huomioida useita matematiikan ja fysiikan osa-alueita. Tässä projektityössä keskitytään mastolavojen asetteluun, kuorman lastaamiseen, kunnostustyöhön kuluvaan aikaan ja kustannuksiin.

5.1.1 Scanclimber Oy yrityksenä

Scanclimber Oy on henkilönostimia ja mastolavoja valmistava yritys. Scanclimber Oy on perustettu vuonna 1995. Yrityksen pääkonttori sijaitsee Pirkkalassa ja tehdas Gnieznossa Puolassa. Yrityksen myynti kohdistuu pääasiassa Eurooppaan, Aasiaan, Pohjois-Amerikkaan ja Australiaan. [57]

Kuva 5.1 *Mastolavoja Oulunsalon vesitornin ympärillä. [55]*

Mastolavoja käytetään erilaisissa korjaus- ja kunnostustyöprojekteissa. Mastolavoilla rakennusmiehet ja -materiaalit voidaan nostaa haluttuun korkeuteen nopeasti ja turvallisesti. Yhteistyöprojekti Scanclimber Oy:n kanssa suunniteltiin mastolavojen käytöstä vesitornin korjaustyössä. Kuvassa 5.1 on mastolavoja Oulunsalon vesitornin korjaustyöprojektissa. [57]

5.1.2 Matemaattinen tausta

Projekti pohjautuu pääasiassa ympyrän tasogeometriaan. Projektissa käsitellään ympyrän keskuskulmaa, sektoria ja jännettä. Projektissa hyödynnetään matemaattisten tietojen ja taitojen lisäksi fysiikkaa. Projektissa hyödynnettävää fysiikkaa ovat nopeuden yhtälö, kappaleen tasapaino ja kantavuus. Lisäksi projekti vaatii oppilailta peruslaskutaitoa, geometristen kappaleiden havainnointia ja päättelytaitoa.

Ympyrä

Esitellään ympyrän määritelmä.

Määritelmä 10. ([1, s.146]) *Olkoon piste M tasossa $\mathbb{R}^2$ ja r positiivinen reaaliluku.* Ympyrä $\odot(M, r)$ *on sellaisten pisteiden joukko, joiden etäisyys pisteestä M on r. Toisin sanoen*

$$\odot(M, r) = \{X : MX = r\},$$

missä MX on lyhyin etäisyys pisteestä M pisteeseen X. Pistettä M kutsutaan ympyrän keskipisteeksi.

Vakioetäisyys r on ympyrän säde. Origokeskeisen $M = (0, 0)$ ympyrän $C = \odot(M, r)$ yhtälö voidaan kirjoittaa muodossa

$$x^2 + y^2 = r^2. \tag{5.1}$$

Ympyrä jakaa tason $\mathbb{R}^2$ kahteen osaan: ympyrän C sisäpuoli (*interior*) ja ympyrän C ulkopuoli (*exterior*). [1, s. 146]

Määritelmä 11. ([1, s. 146]) *Merkitään pisteen x etäisyyttä origosta $\|x\|$. Olkoon C origokeskeinen ympyrä, jonka säde on r. Tällöin* ympyrän C sisäpuoli *on niiden pisteiden joukko, joiden etäisyys origosta on pienempi kuin ympyrän säde r eli*

$$\text{int } C = \{x : \|x\| < r\}$$

ja ympyrän C ulkopuoli *on niiden pisteiden joukko, joiden etäisyys origosta on suurempi kuin ympyrän säde r eli*

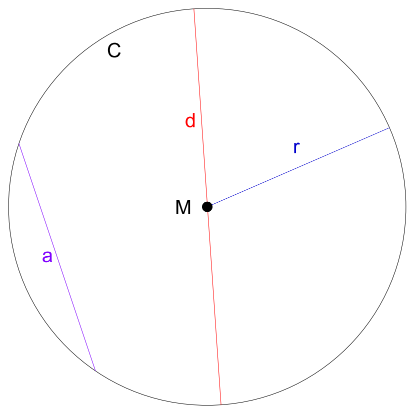
$$\text{ext } C = \{x : \|x\| > r\}.$$

Käsitellään seuraavaksi ympyrän ja suoran leikkausta.

Lause 4. ([1, s. 146-147]) *Tason* $\mathbb{R}^2$ *ympyrällä* $C = \odot(M, r)$ *on seuraavat ominaisuudet:*

1. *Mikä tahansa avaruuden* $\mathbb{R}^2$ *suora leikkaa ympyrän* C *kahdessa, yhdessä tai ei yhdessäkään pisteestä.*
2. *Ympyrän* C *sisäpuoli on kupera.*
3. *Jos* P *ja* Q *ovat erillisiä ympyrän* C *kehän pisteitä, jokainen piste janalla* $[PQ]$ *lukuun ottamatta pisteitä* P *ja* Q *kuuluu ympyrän* C *sisäpuolelle.*
4. *Jos piste* P *sijaitsee ympyrän* C *sisällä ja piste* Q *on erillinen piste kuin* P*, suoran* PQ *ja ympyrän* C *leikkaus sisältää täsmälleen kaksi pistettä.*
5. *Jos piste* P *sijaitsee ympyrän* C *sisällä ja piste* Q *ympyrän ulkopuolella, täsmälleen yksi piste janalla* $[PQ]$ *kuuluu ympyrään* C*.*

Sivuutetaan lauseen todistus. Kiinnostuneet lukijat voivat perehtyä todistukseen lähteen ([1, s. 146-148]) avulla.



Kuva 5.2 *Ympyrän peruskäsitteitä.*

Jos pisteet P ja Q sijaitsevat ympyrän C kehällä, kutsutaan janaa $[PQ]$ ympyrän *jänteeksi*. Jos lisäksi jana $[PQ]$ kulkee keskipisteen M kautta, kutsutaan janaa $[PQ]$ ympyrän *halkaisijaksi*. [1, s. 147] Ympyrän C halkaisijaa d, sädettä r ja jännettä a on havainnollistettu kuvassa 5.2.

Nopeuden yhtälö

Kappaleen liikkuessa pisteiden A ja B välillä kappaleen hetkellinen nopeus voidaan määrittää seuraavasti.

Määritelmä 12. [32, s.18] *Oletetaan kappaleen liikkuvan pisteiden A ja B välillä. Kappale liikkuu matkan* Δx *ajassa* Δt. *Kappaleen* nopeudeksi *saadaan raja-arvoa hyödyntäen*

$$v = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{5.2}$$

Koska projektissa oletetaan mastolavan liikkuvan jatkuvasti samalla nopeudella sekä mastolavan liikkuma matka pysyy samana, voidaan laskemiseen käyttää keskinopeutta pisteiden A ja B välillä. Keskinopeus voidaan laskea yhtälöllä

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{5.3}$$

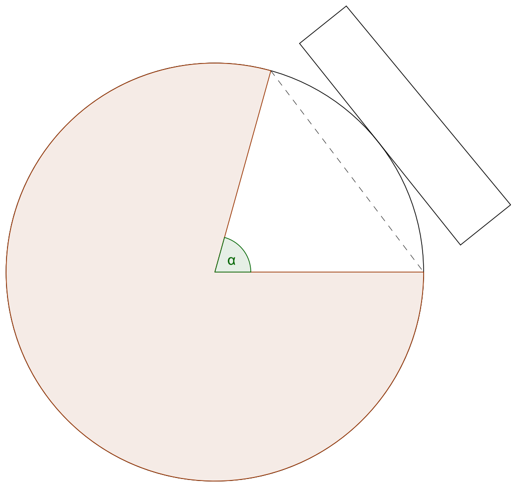
jossa Δx on matkan muutos ja Δt on ajan muutos pisteiden A ja B välillä. [32, s.18]

5.1.3 Projektin kuvaus

Mastolavojen matematiikkaa-projektissa oppilaat suunnittelevat ryhmissä mastolavojen hyödyntämistä vesitornin kunnostusprojektissa. Ryhmät suunnittelevat kunnostusprojektin, tekevät projektista esitelmän ja lopulta yrittävät kaupata oman suunnitelmansa asiakkaalle. Projekti on jaettu kahteen osaan. Ensimmäisessä osassa oppilaat työskentelevät ryhmissä luokkatilassa. Toisessa osassa vieraillaan yrityksessä. Projektista voidaan suorittaa myös vain ensimmäinen osa ilman vierailua yrityksessä.

Projektin alussa opettaja jakaa luokan 3–4 hengen heterogeenisiin ryhmiin. Jokaiselle ryhmälle on jaettu tietty määrä mastolavoja käytettäväksi. Mastolavoja on käytettävissä kolmesta kuuteen. Jos ryhmiä on useampi, voi kaksi ryhmää tehdä projektinsa samalla määrällä mastolavoja. Mastolavojen määrä on jaettu ryhmille valmiiksi, jotta ryhmien projektit poikkeaisivat toisistaan ja jokainen mahdollisuus käytäisiin läpi. Ryhmien on tarkoitus suunnitella kunnostusprojekti niin, että se voidaan kaupata asiakkaalle projektin ollessa valmis. Ryhmät valmistelevat projektin aikana tuotosta, jonka avulla projekti esitellään lopuksi. Tuotos voi olla esimerkiksi perinteinen posteri tai Power Point -esitys.

Ryhmät suunnittelevat, miten asettelevat mastolavat vesitornin ympärille. Kunnostettavan vesitorni säiliön läpileikkaus on ympyrä. Vesitornin säiliön halkaisija on $19,5$ metriä ja vesitorni on 38 metriä korkea. Mastolavat asetellaan vesitornin ympärille niin, että mastolavoilta on pääsy jokaiseen kohtaan säiliön kehällä. Ympyrä jaetaan yhtä moneen sektoriin kuin käytettäviä mastolavoja on. Mastolavan lavan pituus on yhtä suuri kuin yhden sektorin jänne. Ryhmät laskevat sektorin keskuskulman suuruuden ja jänteen pituuden. Vesitorni ja lavojen asettelu piirretään ylhäältä päin. Mastolavan asettelua vesitornin ympärille on havainnollistettu kuvassa 5.3.



Kuva 5.3 *Vesitorni ja mastolava. Mastolavan pituus on yhtä suuri kuin sektorin jänteen pituus*

Ryhmien on suunniteltava myös lavan rakenne. Lava koostuu peruslavasta, jonka pituus on 4,1 metriä, ja peruslavan päätyihin lisättävistä lavajaksoista, joiden pituus on 1,6 metriä. Oppilaiden on suunniteltava, kuinka monta lavajaksoa tarvitaan. Parittomien lavajaksojen tapauksessa lava on tasapainotettava vajaalta puolelta lisäpainolla. Lavan reunan ja vesitornin väliin on asennettava myös ulokkeet, jotta työskentely onnistuu lavan jokaisesta kohdasta. Ulokkeiden tulee olla myös piirustuksissa.

Mastolavan toimintaa varten oppilaat suunnittelevat myös maston rakenteen. Masto koostuu mastojaksoista, joiden korkeus on 1,25 metriä. Oppilaat suunnittelevat, kuinka monta mastojaksoa tarvitsevat yhteen mastolavaan ja koko kunnostusprojektiin, kun maston alkaa 1 metrin korkeudelta maan pinnasta ja maston on oltava

2,5 metriä korkeampi kuin vesitorni.

Mastolavalla on peruskantavuus. Peruskantavuudesta on kuitenkin vähennettävä työntekijöiden massa sekä lavaan lisättyjen lavajaksojen ja ulokkeiden massat. Ryhmät ratkaisevat, kuinka paljon yhden lavan kantavuus on.

Kantavuuden avulla ryhmät voivat ratkaista, kuinka kauan projektin oletettu kesto on. Projektin kunnostusta varten on määritetty materiaalin määrä. Mastolavan nopeus kuormaa nostaessa ja tyhjänä laskettaessa on sama 7 metriä minuutissa. Myös työnkesto on määritetty valmiiksi. Ryhmät ratkaisevat, kuinka kauan koko projektiin tarvittavien materiaalien nostaminen ja asentaminen kestää. Vaikka vesitornin korkeus on jokaisella ryhmällä sama, kunnostusprojektiin kuluva aika vaihtelee, sillä mastolavoja on käytössä eri määrä ja jokaisen ryhmän mastolavojen kantavuus eroaa toisistaan.

Projektissa tutkitaan myös kunnostusprojektin hintaa. Ryhmät tutkivat vain laitteiden hintoja, sillä projektin tarkoituksena on myydä laitteet asiakkaalle. Laitteen hinta määräytyy alustan ja peruslavan hinnoista sekä peruslavaan lisättyjen lavojaksojen määrästä. Maston hinta määräytyy käytettyjen mastojaksojen määrästä. Ryhmät esittävät sekä yhden laitteen sekä kaikkien suunnitelmansa laitteiden kustannukset.

Projektin lopussa oppilaat esittävät oman suunnitelmansa. Suunnitelmassa tulee olla ainakin suunnitelma, miten lavat jaetaan vesitornin ympärille, miltä yhden maston lava näyttää, kuinka paljon on yhden lavan kantavuus, kunnostusprojektin kesto ja kustannukset. Jos useampi ryhmä on tehnyt projektinsa samalla määrällä mastolavoja, voidaan esittelyosuudet jakaa ryhmien kesken. Esittelyn jälkeen luokassa keskustellaan, mikä suunnitelma on paras. Mitä useampi mastolava on käytössä, sitä nopeammin kunnostustyö on tehty, mutta tällöin kustannukset nousevat.

Projektin jälkeen käydään vierailulla yrityksessä. Yrityksessä esitellään tarkemmin mastolavoja ja niissä käytettyä matematiikkaa. Vierailulla voidaan tutustua myös yrityksessä toteutettuihin vesitornien korjaustöihin. Samalla voidaan palata myös ryhmien suunnitelmiin ja mihin suunnitelmaan yhdessä päädyttiin.

Opettaja arvioi projektissa valmistetun tuotoksen, tuotoksen lopullisen esityksen, yksilötyöskentelyn ja ryhmätyöskentelyn. Tarkemmat ohjeet projektia varten on esitetty liitteessä. Liitteessä A on opettajan ohje projektin käyttämiseen osana opetusta ja liitteessä B on oppilaiden ohje.

5.1.4 Pohjautuminen opetussuunnitelman perusteisiin

Vuoden 2014 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden matematiikan tavoitteissa vuosiluokille 7–9 mainitaan oppilaan ohjaus ymmärtämään ja hyödyntämään ympyrään liittyviä ominaisuuksia. Ympyrän ominaisuuksien lisäksi geometrian tavoitteisiin kuuluu geometrinen konstruointi, jota tässä projektityössä harjoitellaan. Matematiikan päättöarvioinnin kriteereissä arvosanalle 8 määritetään, että oppilas osaa keskuskulman käsitteen. Projektissa harjoitellaan ympyrän ominaisuuksia ja sovelletaan harjoiteltuja taitoja tosielämän ongelman ratkaisuun. [41, s. 375, 379]

Opetussuunnitelman perusteiden 2014 matematiikan oppimisympäristön ja työtavoitteiden tavoitteet vuosiluokilla 7–9 tukevat konkretiaa tärkeänä osana matematiikan opiskelua. Oppilaita rohkaistaan käyttämään ajatuksia tukevia piirustuksia ja välineitä. Projektissa ryhmät tekevät ja esittävät suunitelmansa kuvin ja piirustuksin. [41, s. 376]

Projektin työskentelytavat tukevat opetussuunnitelman perusteiden 7–9 luokan matematiikan työskentelyn taitoja. Työskentelyn taidoissa on mainittu oppilaiden kannustaminen kirjalliseen ja suulliseen esitystapaan matematiikassa. Projektin osana tehdään tuotos, jonka avulla projekti esitellään luokalle projektin lopussa. Työskentelyn taitoihin kuuluu myös oppilaiden rohkaiseminen matematiikan soveltamiseen muissa oppiaineissa ympyröivässä yhteiskunnassa. Tämä projekti tukee oppilaiden matemaattisten taitojen soveltamista erilaisissa ympäristöissä. Oppilaat käyttävät projektissa myös fysiikan taitojaan. Opetussuunnitelman perusteiden 2014 fysiikan päättöarvioinnin kriteereissä hyvälle osaamiselle määritetään, että oppilas osaa käyttää fysiikan tietojaan ja taitojaan erilaisissa ympäristöissä ja soveltaa niitä. [41, s. 378, 393]

5.2 Puuston mittaus-projekti

Trestima Oy:n kanssa yhteistyössä tehdyssä projektissa tutustutaan puuston mittaukseen ja mittauksessa käytettyyn matematiikkaan. Puuston pohjapinta-alaa ja tilavuutta voidaan mitata metsässä vain kepin ja relaskoopin avulla. Näiden apuvälineiden toiminta ja hyödyntäminen perustuu matematiikkaan. [47]

5.2.1 Trestima Oy yrityksenä

Trestima Oy on vuonna 2012 perustettu Tamperelainen yritys. Trestima Oy valmistaa ohjelmistoja, tuotteita ja palveluja metsäteollisuuden käyttöön. Trestima Oy hyödyntää konenäköä, pilvipalveluita, paikannustietoja ja mobiiliteknologiaa metsäteollisuuden käytännön ongelmien ratkaisuihin. [60]

Trestima Oy:n tunnetuin tuote on Trestima metsänmittausjärjestelmä. Trestima metsänmittausjärjestelmä on mobiililaitteilla käytettävissä oleva sovellus, joka laskee käyttäjälle automaattisesti puustotunnusraportit käyttäjän ottamista valokuvista. Käyttäjä ottaa maastosta kuvia, jotka mobiilisovellus lähetää pilvipalveluun analysoitavaksi. Pilvipalvelussa kuvat analysoidaan koneiden ja ihmisen yhteistyönä. Sovellus analysoi kuvista muun muassa puuston pohjapinta-alaa, puiden lajeja, läpimittoja ja pituuksia, joiden avulla lasketaan esimerkiksi puuston tilavuutta. [54, 60]

5.2.2 Matemaattinen tausta

Projektin matemaattinen tausta sisältää ympyrän ominaisuuksia ja suoran ympyrälieriön tilavuuden. Puun korkeuden mittauksessa hyödynnetään yhdenmuotoisuutta. Lisäksi projektissa käytetään peruslaskutoimituksia, ensimmäisen asteen yhtälön ratkaisua, taulukon lukua ja yksikkömuunnoksia.

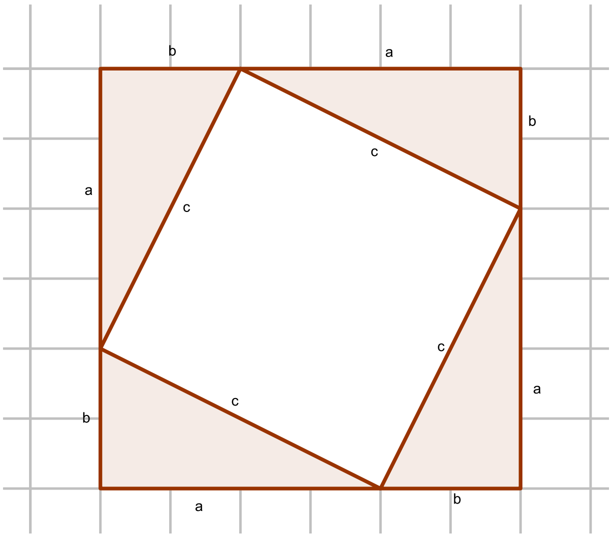
Ympyrä

Ympyrän määritelmä ja peruskäsitteitä kuten halkaisija on esitelty Luvussa 5.1.2. Projektissa käytetään lisäksi ympyrän piiriä ja pinta-alaa. Ympyrän piirin ja pinta-alan määrittämiseksi tarvitaan apusuureita. Esitellään ensin trigonometrian peruskaava.

Lause 5. ([63, s. 16]) Pythagoraan lause: *Suorakulmaisen kolmion kateettien neliöiden summa on yhtä suuri kuin hypotenuusan neliö.*

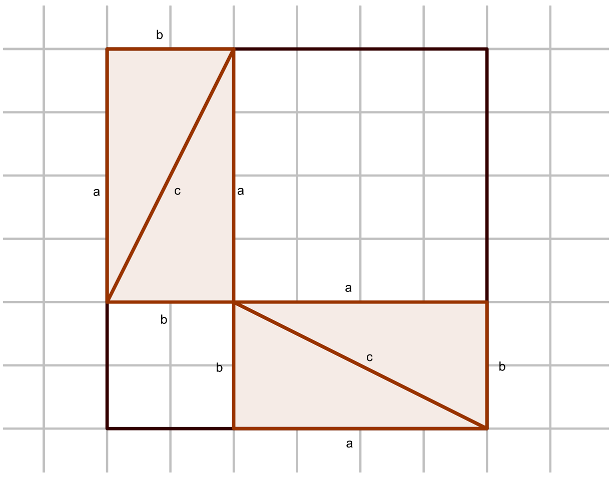
Todistus. Todistetaan Pythagoraan lause neliöiden pinta-alojen avulla. Oletetaan neliön pinta-alan laskeminen tunnetuksi. Kuvassa 5.4 on esitetty neliö, joiden sivujen pituudet ovat $a + b$. Lisäksi neliön sisään on piirretty kolmioita, joiden kateetit ovat

a ja b ja hypotenuusa on c. Kolmioiden hypotenuusat muodostavat neliön, jonka pinta-alaksi saadaan c^2.



Kuva 5.4 *Neliö, jonka sivujen pituudet ovat $a + b$.*

Kuvan 5.4 neliön sisällä olevat kolmiot on aseteltu uudelleen kuvaan 5.5. Suurempi neliö on molemmissa kuvissa yhtä suuri, sillä sen sivujen pituudet ovat samat.



Kuva 5.5 *Neliö, jonka sivujen pituudet ovat $a + b$.*

Kuvan 5.5 valkoisten neliöiden pinta-alat ovat a^2 ja b^2. Koska molemmissa kuvissa esiintyvien isojen neliöiden pinta-alat ovat yhtä suuret ja neliön sisällä olevien kolmioiden pinta-alat säilyvät samana, täytyy valkoisten alojen neliöiden sisällä olla yhtä suuria eli

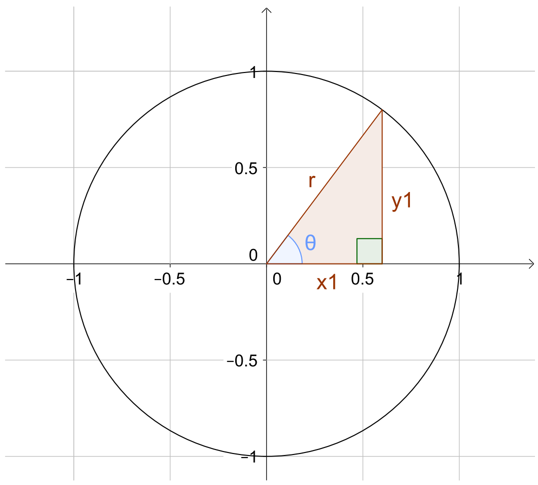
$$a^2 + b^2 = c^2.$$

□

Lause 6. ([14, s. A13-A14]) *Olkoon $\theta \in \mathbb{R}$. Trigonometrian peruskaava on*

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1. \tag{5.4}$$

Todistus. Yksikköympyrään asetettu suorakulmainen kolmio on esitetty kuvassa 5.6.



Kuva 5.6 *Suorakulmainen kolmio yksikköympyrän sisällä.*

θ voi saada kaikki positiiviset reaalilukuarvot, kun valitaan kulkusuunnaksi vastapäivä, ja negatiiviset reaalilukuarvot, kun valitaan kulkusuunnaksi myötäpäivä. Yksikköympyrän suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on ympyrän säde r, jonka pituus on 1. Pythagoraan lause yksikköympyrän sisään piirretylle suorakulmaiselle kolmiolle on

$$x_1^2 + y_1^2 = 1,$$

joka on sama kuin ympyrän yhtälö 5.1 yksikköympyrän tapauksessa. Kuvan 5.6 perusteella $\cos \theta = \frac{x_1}{r} = x_1$ ja $\sin \theta = \frac{y_1}{r} = y_1$, jolloin ympyrän yhtälö saadaan muotoon

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1.$$

$\square$

Esitellään seuraavaksi ympyrän kehän pituus.

Lause 7. ([2, s. 60]) *Olkoon ympyrän säde r. Tällöin ympyrän kehän pituus on $2\pi r$.*

Todistus. Ympyrän $\{(x, y) \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 = r^2\}$ parametrisointi on

$$\boldsymbol{r}(t) = (r\cos t, r\sin t), 0 \leq t \leq 2\pi \tag{5.5}$$

ja parametrisoinnin derivaatta

$$\boldsymbol{r}'(t) = (-r\sin t, r\cos t), 0 \leq t \leq 2\pi. \tag{5.6}$$

Oletetaan jatkuvasti derivoituvan käyrän pituus tunnetuksi ja lasketaan ympyrän kehän pituus sen avulla

$$\begin{aligned} p &= \int_0^{2\pi} \|\boldsymbol{r}'(t)\| dt \\ &= \int_0^{2\pi} \sqrt{(-r\sin t)^2 + (r\cos t)^2} dt \\ &= \int_0^{2\pi} r\sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t} dt, \end{aligned} \tag{5.7}$$

mistä trigonometrian peruskaavan 5.4 avulla saadaan

$$\begin{aligned} p &= \int_0^{2\pi} r dt \\ &= 2\pi r \end{aligned}$$

Ympyrän kehän pituudeksi saadaan $2\pi r$. $\square$

Ympyrän kehän pituutta kutsutaan myös ympyrän piiriksi. Ympyrät ovat aina yhdenmuotoisia keskenään. Koska ympyrät ovat yhdenmuotoisia, on ympyröiden piirin p ja halkaisijan d suhde aina vakio. Tätä vakiota kutsutaan piiksi. Pii on irrationaaliluku eli luku on jaksoton ja päättymätön. [3, s. 98]

Lause 8. ([2, s. 60]) *Olkoon ympyrän säde r. Tällöin ympyrän pinta-ala on πr^2.*

Todistus. Ympyrän yhtälö on kaavan 5.1 mukaisesti

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Ympyrän yhtälöstä ratkaistuna

$$y = \pm\sqrt{r^2 - x^2}.$$

Käytetään ympyrän pinta-alan laskennassa vain positiivista y :n arvoa, sillä pinta-alan A tulee olla positiivinen. Lasketaan ympyrän pinta-ala integroimalla ympyrän käyrää pitkin yhden ympyrän neljänneksen matkalta

$$A = 4\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}dx. \tag{5.8}$$

Olkoon $x = r\sin(\alpha)$, jolloin $dx = r\cos(\alpha)\, d\alpha$. Sijoitetaan x ja dx yhtälöön 5.8, jolloin saadaan

$$\begin{aligned} A &= 4\int_0^{\pi/2} \sqrt{r^2 - r^2\sin^2\alpha} r\cos\alpha d\alpha \\ &= 4r^2\int_0^{\pi/2} \cos\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha}d\alpha \\ &\overset{5.4}{=} 4r^2\int_0^{\pi/2} \cos\alpha\sqrt{\cos^2\alpha}d\alpha \\ &= 4r^2\int_0^{\pi/2} \cos\alpha\,|\cos\alpha|\,d\alpha. \end{aligned} \tag{5.9}$$

Koska α kulkee integraalissa välillä $[0, \frac{\pi}{2}]$, kosini saa vain positiivisia arvoja. Tällöin integraalin sisältä voidaan poistaa itseisarvot. Oletetaan kaksinkertaisen kulman kosinin kaava tunnetuksi ja muokataan sitä trigonometrian peruskaavan avulla seuraavasti

$$\begin{aligned} \cos^2\alpha &= \cos(2\alpha) + \sin^2\alpha \\ &\overset{5.4}{=} \cos(2\alpha) + 1 - \cos^2\alpha \\ &= \cos(2\alpha) + 1 - \frac{1}{2}(\cos(2\alpha) + 1) \\ &= \frac{\cos(2\alpha) + 1}{2}. \end{aligned} \tag{5.10}$$

Sijoitetaan saatu lauseke pinta-alan yhtälöön 5.9

$$
\begin{aligned}
A &= 4r^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha d\alpha. \\
&\overset{5.10}{=} 4r^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(2\alpha)+1}{2} d\alpha \\
&= 2r^2 \int_0^{\pi/2} \cos(2\alpha) + 1 d\alpha \\
&= 2r^2 (\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha)\Big|_0^{\pi/2} \\
&= 2r^2 \left[\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\sin\pi - \frac{1}{2}\sin 0\right] \\
&= \pi r^2.
\end{aligned}
\tag{5.11}
$$

□

Projektissa puun poikkileikkausta mallinnetaan ympyränä, jolloin puun poikkileikkauksen pinta-alan oletetaan olevan ympyrän pinta-ala.

Suora ympyrälieriö

Lieriö voidaan jakaa lieriöpintaan ja kahteen yhdensuuntaiseen pohjaan. Lieriö syntyy, kun kahdella yhdensuuntaisella tasolla leikataan lieriöpinta. Tasojen väliin jäävä pinta on lieriön vaippa. Suoran ympyrälieriön pohjat ovat ympyröitä ja pohjat ovat kohtisuorassa vaippaan nähden. [3, s. 134]

Lause 9. ([2, s. 407]) *Olkoon A ympyrälieriö, jonka pohjan säde on r ja vaipan korkeus h. Tällöin ympyrälieriön tilavuus on $\pi r^2 h$.*

Todistus. Lieriön tilavuus saadaan kertomalla pohjan pinta-ala ja vaipan korkeus. Ympyrän pinta-ala on lauseen 8 mukaan

$$A = \pi r^2,$$

jolloin ympyrälieriön tilavuus on

$$V = Ah = \pi r^2 h. \tag{5.12}$$

□

Ympyrälieriön pohjan reunoista voidaan piirtää janoja toisen pohjan reunoihin. Kohtisuoria janoja, jotka yhdistävät pohjien vastinpisteet, kutsutaan *sivujanoiksi.* [3, s. 134]

Yhdenmuotoisuus

Kuvaukseksi kutsutaan mitä tahansa tarkasti määritettyä sopimusta, joka liittää joukon A jokaisen alkion johonkin joukon B alkioon yksikäsitteisesti. Merkitään kuvausta $f : A \to B$. Funktio on kuvaus. Määritellään funktio tarkemmin yhdenmuotoisuuskuvauksen määrittelemiseksi. [53, s. 8]

Määritelmä 13. ([2, s. 26]) *Olkoon A ja B ei-tyhjiä joukkoja. Funktio f on sääntö joukolta A joukolle B, joka yhdistää jokaisen joukon A alkion täsmälleen yhteen joukon B alkioon.*

Joukko A on funktion f määrittelyjoukko ja joukko B maalijoukko. Yhtenmuotoisuuskuvaus voidaan määritellä seuraavasti.

Määritelmä 14. ([31, s. 34]) *Kuvausta $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ kutsutaan yhdenmuotoisuuskuvaukseksi, jos on olemassa $\lambda > 0$, että kaikilla $x, y \in \mathbb{R}^2$ pätee*

$$|f(x) - f(y)| = \lambda |x - y|$$

Yhdenmuotoisuuskuvaukset voidaan jaotella erilaisiin kuvauksiin. Tällaisia yhdenmuotoisuuskuvauksia ovat translaatio, symmetriakuvaus, kiertokuvaus ja homotetia. Yhdenmuotoisuuskuvauksista keskitytään translaatioon ja homotetiaan. Muut kuvaustyypit ohitetaan. [25, s. 122–128]

Lause 10. ([25, s. 122]) *Translaatiokuvaus $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x_0, x_1) = (x_0 + t, x_1 + t)$, joka siirtää pistettä (x_0, x_1) pisteeseen $(x_0 + t, x_1 + t)$, on yhdenmuotoisuuskuvaus.*

Todistus. Kaikilla $x = (x_0, x_1)$, $y = (y_0, y_1) \in \mathbb{R}^2$ toteutuu

$$|f(x) - f(y)| = |(x + t) - (y + t)| = |x - y|.$$

□

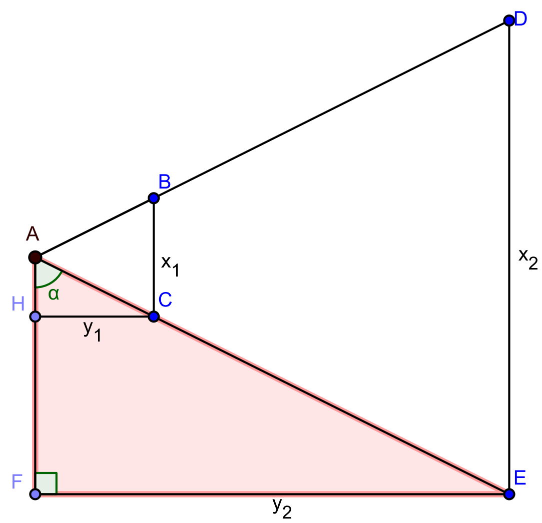
Translaatiokuvausta voidaan kutsua myös siirroksi [25, s. 122]. Puun korkeuden mittaus kaatomenetelmällä perustuu siirtokuvaukseen.

Määritelmä 15. ([25, s. 126]) *Yhdenmuotoisuuskuvaus* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, *suhteessa* $\lambda > 0$ *pisteen* a *suhteen on* homotetia, *jos kuvaukselle pätee*

$$f(x) = a + \lambda(x - a). \tag{5.13}$$

Homotetiaa eli skaalausta voidaan kutsua myös mittakaavan vaihdoksi [25, s. 126]. Homoteettisessa kuvauksessa pituuksien suhde, kulmat ja siten myös kuvioiden muodot säilyvät. [53, s. 24]

Puun korkeuden mittaus keppimenetelmällä perustuu homotetiaan. Yhdenmuotoisuuskuvauksen lisäksi hyödynnetään yhdenmuotoisia kolmioita. Yhdenmuotoiset kolmiot on esitetty kuvassa 5.7. Mittaaja tarkastelee tilannetta pisteestä A ja puu on janalla x_2.



Kuva 5.7 *Yhdenmuotoiset kolmiot puun korkeuden mittauksessa.*

Lause 11. ([1, s. 83]) *Kolmiot ovat yhdenmuotoiset, jos kolmioissa on kaksi yhtä suurta kulmaa.*

Todistus. Sivuutetaan todistus. Todistus on luettavissa lähteessä [1, s. 83].

Kuvassa 5.7 kolmiot ovat yhdenmuotoiset Määritelmän 11 mukaan, sillä kulmilla on yhteinen kulma α ja molemmissa kolmioissa on suorakulmainen kolmio. Mittauksen mukaan $y_1 = x_1$, sillä kepin pituus säilyy vakiona. Kolmioiden yhdenmuotoisuuden avulla voidaan muodostaa verranto

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{y_1} &= \frac{x_2}{y_2} \\ \Leftrightarrow 1 &= \frac{x_2}{y_2} \\ \Leftrightarrow y_2 &= x_2 \end{aligned}$$

Puun korkeus voidaan mitata mittaajan etäisyydestä puuhun.

5.2.3 Projektin kuvaus

Projektissa tarkoituksena on tutustua puuston mittaamiseen ja siinä hyödynnettävään matematiikkaan. Projektissa tutustutaan ensin matematiikkaan ja teoriaan, minkä jälkeen kokeillaan puuston mittausta käytännössä. Projektissa tutustutaan puuston mittaukseen, jota Trestima Oy käyttää mobiilisovelluksensa puustonmittauksen pohjana. Projektissa oppilaat tutustuvat työelämässä käytettävän perusmatematiikan eri sovelluskohteisiin.

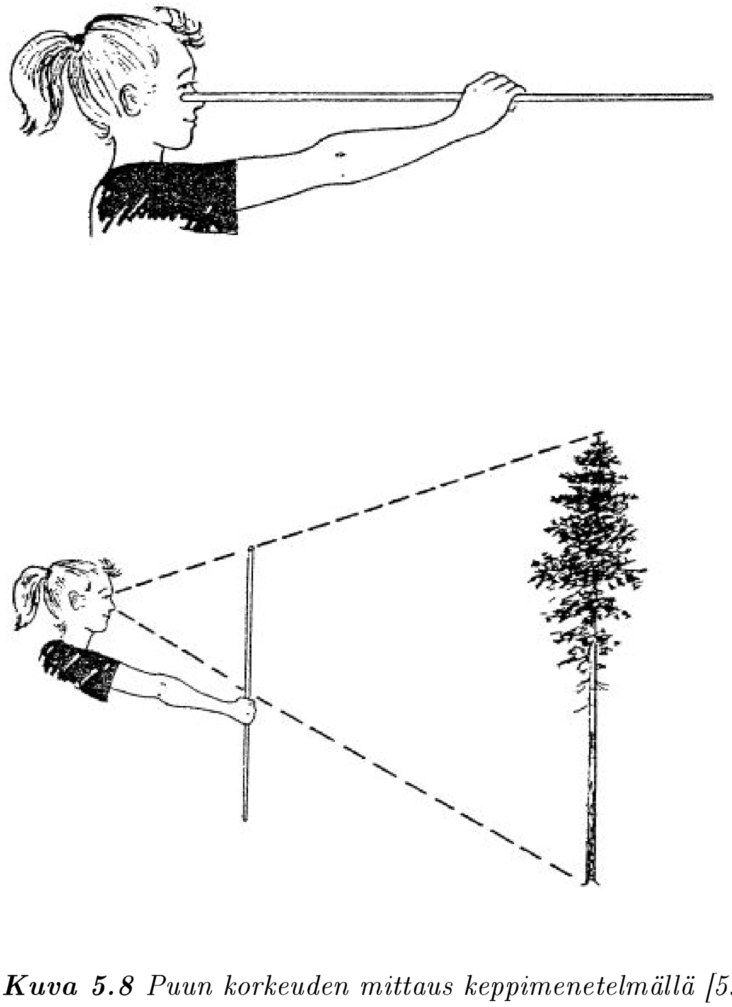
Projekti on jaettu kolmeen osaan. Ensimmäisessä osassa ryhmät työskentelevät luokassa ja käyttävät tietokoneita tiedonetsintään. Toisessa osassa ryhmät käyvät koulun pihalla tai lähimaastossa mittaamassa yhden puun läpimitan ja korkeuden sekä mahdollisuuksien mukaan pienen metsikön pohjapinta-alan. Mittausten jälkeen analysoidaan tuloksia ja lasketaan puustoa kuvaavia tunnuksia. Kolmannessa osassa tutustutaan Trestima Oy:hyn virtuaalivierailun avulla.

Ennen projektin alkamista opettaja jakaa luokan noin kolmen hengen heterogeenisiin ryhmiin. Ryhmät vastaavat projektiohjeessa (liite D) esitettyihin kysymyksiin kirjallisesti. Oppilaat kirjaavat ylös myös mittaustulokset ja niistä lasketut puuston arvot. Projektin aikana tehdyt muistiinpanot palautetaan opettajalle projektin lopussa.

Puuston mittauksessa tutustutaan puun rungon poikkileikkauspinta-alaan. Puun poikkileikkaus oletetaan ympyrän muotoiseksi. Puun ympärysmitta mitataan rinnan korkeudelta, joka on noin 1,3 metrin korkeudella maasta [21, s. 35]. Ympärysmitan avulla ryhmät selvittävät, kuinka puun halkaisija lasketaan ja miten saadaan selville rungon poikkileikkauspinta-ala.

Ryhmät tutustuvat internetin avulla kahteen menetelmään, joilla voidaan mitata puun korkeus. Ryhmät selvittävät, miten puun korkeus mitatataan keppimenetelmällä ja kaatomenetelmällä. Myöhemmin ryhmät mittaavat puun korkeuden ja saavat päättää itse, kumpaa menetelmää käyttävät.

Kuvassa 5.8 on esitetty puun korkeuden mittausta keppimenetelmällä. Keppimentelemällä korkeutta mitatessa asetutaan puusta noin 20-30 metrin etäisyydelle niin, että puulle on suora näkyvyys ja mahdollisimman tasainen maasto. Keppi otetaan toiseen käteen niin, että kepin toinen pää on silmän alla ja käsi, jossa keppi on, asetetaan suoraksi. Kädellä otetaan niin kaukaa kepistä kiinni, kun kurottamatta saadaan. Kepistä pidetään samasta kohtaa kiinni koko mittauksen ajan. [59]



Kuva 5.8 *Puun korkeuden mittaus keppimenetelmällä [59].*

Keppi siirretään silmän alta pystysuoraan eteen. Käsi pidetään edelleen vaakasuorassa edessä. Katse siirretään puun keskivaiheille ja pidetään pään asento samana mittauksen ajan. Tämän jälkeen siirrytään kävelemällä eteen tai taakse päin, kunnes puu näyttäisi olevan kepin mittainen. Puun latvan tulee näkyä kepin pään kohdalla ja puun tyvi nyrkin kepin alareunassa noin peukalon kohdalla. Kun keppi ja puu ovat samankokoiset, voidaan puun korkeus mitata mittahenkilön ja puun etäisyydestä. [59]

Puun tilavuutta simuloidaan lieriön tilavuutena. Ryhmät kertaavat itsenäisesti, kuinka puun eli tässä tapauksessa lieriön tilavuus lasketaan. Tilavuuden laskemisessa hyödynnetään aiemmin selvitettyä puun rungon poikkileikkauspinta-alaa. Todellisuudessa puun tilavuus arvioidaan taulukoiden avulla. Ryhmät tutustuvat puun tilavuuden määrittämiseen myös taulukosta. Jokaiselle puulajille ominaisessa taulukossa puun runkotilavuus on esitetty puun halkaisijan ja pituuden funktiona. Projektissa ryhmille on annettu valmiiksi taulukot, joihin runkotilavuudet on laskettu Laasasenahon runkokäyräyhtälöiden mukaan. [21, s. 40-42]

Seuraavaksi ryhmät ottavat selvää, mikä on relaskooppi, mihin sitä käytetään ja mitä osia relaskoopissa on. Relaskoopilla eli optisella kulmamitalla mitataan puuston pohjapinta-alaa. Puuston pohjapinta-ala on puiden yhteenlaskettu poikkileikkauspinta-ala neliömetreinä hehtaarissa. Tutustuttuaan relaskoopin toimintaan ryhmät askartelevat ryhmälleen oman relaskoopin, jota käyttävät myöhemmin mittauksessa.

Pohjapinta-alan avulla voidaan selvittää puuston kuutiotilavuus kuutiometreissä hehtaaria kohden. Ryhmät pohtivat, mitä puuston kuutiotilavuus tarkoittaa, ja tutustuvat kuutiomäärän lukemiseen taulukosta. [21, s. 43]

Teoriaan tutustumisen jälkeen ryhmät jalkautuvat maastoon mittaamaan yhden puun läpimitan ja pituuden. Jos koulun lähettyviltä löytyy pieni metsikkö, voidaan mitata myös puuston pohjapinta-ala valmistetulla relaskoopilla.

Mittausten jälkeen ryhmät laskevat puuston tunnusluvut, joihin tutustuttiin ennen mittauksia. Yksittäisen puun mittaustuloksista lasketaan puun poikkileikkauspinta-ala ja tilavuus sekä määritetään runkotilavuus taulukon avulla. Laskettua tilavuutta ja taulukon avulla määritettyä tilavuutta verrataan toisiinsa. Puuston pohjapinta-alan avulla määritetään puuston kuutiomäärä. Analysoinnin lopuksi pohditaan vielä mittauksessa mahdollisesti syntyneitä virheitä ja niiden syitä.

Vierailu yritykseen suoritetaan virtuaalivierailuna. Trestima Oy:n kanssa tehtiin projektin suunnittelun aikana video, jonka avulla vierailu voidaan tuoda luokkatilaan. Virtuaalivierailu sisältää videohaastattelun sekä videon Trestima metsänmittausjärjestelmän käytöstä. Videohaastattelussa keskustellaan Trestima Oy:n teknologiajohtajan, Timo Rouvisen kanssa yrityksestä, metsänmittauksesta ja metsänmittauksessa käytetystä matematiikasta. Trestima metsänmittausjärjestelmän esittelyyn käytetään yrityksen omia videoita sovelluksen käyttämisestä.

Virtuaalivierailun avulla projektia voidaan käyttää osana opetusta ympäri Suomea. Projekti voidaan suorittaa kokonaisuudessaan, sillä vierailu ei vaadi opettajalta erityisiä järjestelyjä. Virtuaalivierailun avulla projekti ei myöskään työllistä yritystä projektin suunnittelun ja videohaastattelun jälkeen.

Projektin arvioinnissa otetaan huomioon ryhmien työskentely sekä jokaisen oppilaan itsenäinen työskentely ja projektissa esitettyihin kysymyksiin vastaukset sekä mittaus- ja laskutulokset. Opettajan ohjeet projektin suorittamiseen on esitetty liitteessä C. Oppilaan ohjeet on liitteessä D.

5.2.4 Pohjautuminen opetussuunnitelman perusteisiin

Projekti tukee perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2014 matematiikan keskeisistä sisältöalueista vuosiluokille 7–9 määriteltyä geometrian osuutta. Geometrian osuuden mukaan vuosiluokilla 7–9 tulee harjoitella ympyrän pinta-alaa, kehän pituutta sekä kolmiulotteisista kappaleista tulee oppia lieriön tilavuus. Projektin aikana harjoitellaan myös muita ympyrän ominaisuuksia. Keskeiseen sisältöalueeseen kuuluu lisäksi harjoitella ja laajentaa yksikkömuunnosten hallintaa ja mittayksiköitä. [41, s. 376]

Geometrian osuudessa korostetaan myös yhdenmuotoisuuden ja yhtenevyyden käsitteiden ymmärtämisen vahvistamista. Projektissa hyödynnetään yhdenmuotoisuuden ja yhtenevyyden käsitteitä puun pituuden mittauksessa kahdella eri menetelmällä. Projektin avulla oppilaat käyttävät käsitteitä käytännössä, mikä tukee käsitteiden ymmärtämistä. [41, s. 376]

Käsitellään seuraavaksi opetussuunnitelman perusteiden matematiikan opetuksen käsitteellisiä ja tiedonalakohtaisia tavoitteita sekä päättöarvioinnin kriteerejä hyvälle osaamiselle. Opetuksen tavoitteiden mukaan oppilaan tulee ymmärtää tuntemattoman käsite ja kehittää yhtälönratkaisutaitoja. Projektin aikana harjoitellaan ensimmäisen asteen yhtälön ratkaisua symbolisesti, joka on yksi päättöarvioinnin kriteereistä arvosanalle 8. Myös päättöarvioinnin kriteerien mukaan oppilaan pitää osata laskea tasokuvioiden pinta-aloja ja kappaleiden tilavuuksia. Näiden lisäksi oppilas osaa käyttää pinta-ala- ja tilavuusyksikköjen muunnoksia. [41, s. 379]

Matematiikan työskentelyn taitojen tavoitteissa mainitaan tieto- ja viestintäteknologian soveltaminen matematiikan opiskelussa ja ongelmien ratkaisemisessa. Projektin avulla oppilaita kannustetaan itsenäiseen tutkimiseen ja opiskeluun tietoteknologian avulla. [41, s. 378]

5.3 Ohjelmointia yläkoululaisille

Ohjelmointia yläkoululaisille -projekti on suunniteltu yhteistyössä Reaktorin kanssa. Projektissa esitellään matemaattisia ongelmia, joita Reaktorin työntekijät kohtaavat työelämässä. Matemaattisten ongelmien lisäksi tutustutaan JavaScript-kieleen Reaktorin luoman koodauspelin avulla.

5.3.1 Reaktor yrityksenä

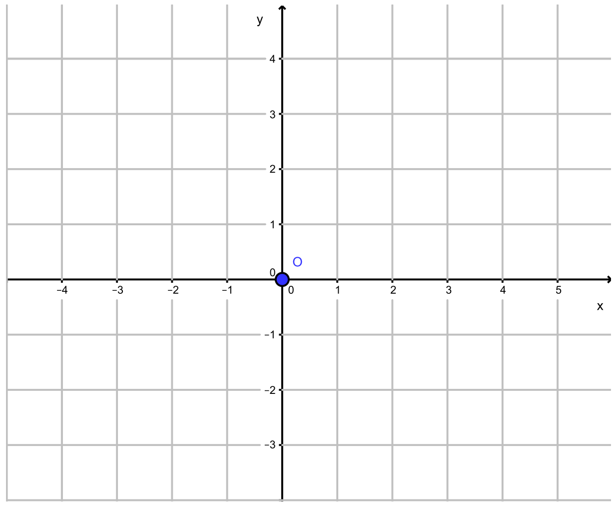
Reaktor on suomalainen ohjelmistoyritys, jolla on neljä konttoria kolmessa maanosassa. Reaktorin toimistot sijaitsevat New Yorkissa, Helsingissä, Amsterdamissa ja Tokiossa. Reaktor tarjoaa ohjelmistokehityksen lisäksi IT-palveluita sekä designkehitystä. [52]

Reaktor on mukana kehittämässä koodikoulua lapsille ja koululaisille. Koodikoulu tarjoaa lapsille ensiaskeleita ohjelmoinnin pariin [27]. Koodikoulun innostamana suunniteltiin Reaktorin kanssa yhteistyössä projekti, joka esittelee yläkoululaisille matemaattisia ja loogisia ongelmia, joita ohjelmoija saattaa kohdata työssään.

5.3.2 Matemaattinen tausta

Projektissa keskitytään loogiseen ajatteluun ja algoritmien kehittämiseen. Projektin matemaattinen tausta perustuu koordinaatistoon, etäisyyksiin koordinaatistossa sekä Pythagoraan lauseeseen. Lisäksi projektin alussa hyödynnetään peruslaskutoimituksia kuten yhteenlaskua.

Koordinaatistoksi kutsutaan kaksiulotteista tasoa, jossa on sekä vaaka- että pystysuorassa reaalilukusuorat. Vaakasuorassa reaalilukusuorassa luvut kasvavat oikealle päin ja pystysuorassa reaalilukusuorassa luvut kasvavat ylös päin. Lukusuorat leikkaavat toisensa pisteessä, jossa molempien lukusuorien arvo on nolla. Tätä pistettä kutsutaan *origoksi* O. Koordinaatisto, johon on merkitty origo on esitetty kuvassa 5.9. [63, s. 16]



Kuva 5.9 *Tasokoordinaatisto.*

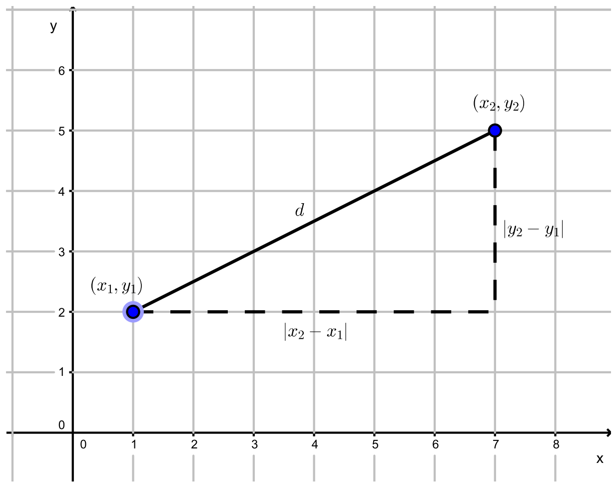
Koordinaatiston pystysuoraa reaalilukusuoraa kutsutaan *y-akseliksi* ja vastaavasti vaakasuoraa reaalilukusuoraa kutsutaan *x-akseliksi.* Jokainen koordinaatiston piste voidaan esittää lukuparina, joita kutsutaan *karteesisiksi koordinaateiksi.* Esimerkiksi koordinaatiston piste P, joka sijaitsee koordinaateissa (a, b), sijaitsee pisteessä, jossa x-koordinaatti on a ja y-koordinaatti b. [14, s. A–6]

Kahden pisteen välinen etäisyys koordinaatistossa voidaan määrittää Pythagoraan lauseen avulla.

Lause 12. ([63, s. 16]) *Tasokoordinaatiston pisteiden (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) välinen etäisyys on*

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y^2 - y^1)^2}.$$

Todistus. Kaksi mielivaltaista koordinaatiston pistettä (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) ja niiden välinen etäisyys on esitetty kuvassa 5.10.



Kuva 5.10 *Kahden koordinaatiston pisteen etäisyys.*

Kuvassa 5.10 esitetty pisteiden väli voidaan kulkea myös kuvassa esitetyn katkoviivan mukaisesti. Etäisyys pisteestä (x_1, y_1) pisteeseen (x_2, y_2) voidaan siirtyä liikkumalla ensin x-akselin suuntaisesti ja sen jälkeen y-akselin suuntaisesti. Näiden matkojen etäisyydet ovat

$$|x_2 - x_1| \text{ ja } |y_2 - y_1|. \tag{5.14}$$

Kun nämä etäisyydet tunnetaan, voidaan ratkaista pisteiden välinen etäisyys d Pythagoraan lauseen avulla seuraavasti

$$d = \sqrt{(|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2}. \tag{5.15}$$

Koska neliöjuuren sisällä etäisyyksistä otetaan toiset potenssit, voidaan etäisyyksien itseisarvoista luopua

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \tag{5.16}$$

$\square$

Projektissa lasketaan pisteiden välisiä etäisyyksiä tasokoordinaatistossa sekä hyödynnetään Pythagoraan lausetta.

5.3.3 Projektin kuvaus

Projektin tavoitteena on kehittää oppilaiden loogisia päättelykykyjä sekä algoritmillista ajattelua. Lisäksi projektissa hyödynnetään matematiikan perustaitoja kuten Pythagoraan lausetta. Perustaitojen käyttäminen erilaisissa ympäristöissä osoittaa oppilaille, miksi taitojen opettelu on tärkeää ja missä kaikkialla niitä voidaan käyttää.

Projekti on jaettu neljään osaan: pelillinen ajattelu, taulukoiden käsittely, ohjelmointi ja yritysvierailu. Pelillisessä ajattelussa sekä taulukoiden käsittelyssä harjoitellaan loogista ajattelua ja algoritmien muodostamista. Ohjelmoinnin osuudessa tutustutaan javascript-koodikieleen *Slush Smackdown*-pelin avulla. Projektin viimeisessä osassa tutustutaan yritykseen yritysvierailun avulla.

Projektia varten luokka jaetaan noin kolmen hengen ryhmiin. Ryhmät on jaettu etukäteen opettajan toimesta. Ennen projektin alkua luokalle esitellään projektin jälkeen tehtävä vertaisarviointi. Vertaisarviointi mainitaan ennen projektin alkua, jotta oppilaat ottavat sen huomioon työskennellessään ryhmissä.

Vertaisarviointi tapahtuu projektiohjeen (liite E) mukaisen taulukon avulla. Oppilaat arvostelevat omaa työskentelyään sekä muiden ryhmäläisten työskentelyä. Lopulta myös opettaja arvostelee jokaisen oppilaan työskentelyä. Oppilaat saavat arvostelun jälkeen tarkastella muiden mielipiteitä omasta työskentelystään. Elina Viro on käyttänyt samaa vertaisarviointia aiemmin osana projekteja ja todennut vertailun hyödylliseksi.

Ryhmät saavat projektin alussa paperia ja kyniä. Projektin vaiheissa on kysymyksiä, joihin tulee vastata kirjallisesti. Vastauksien lisäksi paperille voidaan hahmotella ratkaisuja ja kirjoittaa muistiinpanoja. Ryhmä palauttaa paperit projektin jälkeen.

Pelillinen ajattelu esittelee ryhmille peleissä liikkuvien objektien siirtymistä ympäristöissä. Tässä tehtävässä kyseessä on avaruusalus, joka tulisi siirtää avaruudessa pisteestä A pisteeseen B. Siirron avuksi avaruusalus ja määränpää on asetettu koordinaatistoon. Koordinaatistossa on lisäksi planeettoja esteenä.

Avaruusalusta voidaan siirtää vain keulan osoittamaan suuntaan. Lisäksi avaruusalusta voidaan kääntää asteiden avulla oikealle ja vasemmalla. Ryhmät suunnittelevat avaruusaluksen reitin määränpäähän askeleittain. Lisäksi ryhmien tehtävänä on laskea suoran reitin pituus Pythagoraan lauseen avulla, jos pisteiden välissä ei olisi planeettoja.

Taulukoiden käsittelyssä oppilaat tutustuvat tiedon tallentamiseen taulukoihin ja niiden muuttamiseen. Tehtävässä käytetyt taulukot sisältävät kaupan tietoja karkeista. Ryhmille annetaan alkuperäinen taulukko A ja päivitettävä muutostaulukko B. Taulukoiden avulla oppilaiden tulee selvittää, millainen taulukko päivityksen jälkeen on. Lisäksi oppilaiden tulee hahmotella algoritmi, jonka avulla ohjelma päivittää taulukoita.

Oppilaat tutkivat taulukoiden A ja B avulla, mitkä tuotteet päivittyvät, poistuvat, säilyvät ja tulevat uusina. Näiden tietojen avulla oppilaat kirjoittavat algoritmin, jonka avulla voidaan päivittää taulukko. Algoritmi kirjoitetaan vaiheittain määriteltyjen käskyjen avulla. Lisäksi ryhmiä ohjataan käyttämään ehtolausetta osana algoritmia.

Kun kaksi ryhmää on valmiina, vaihtavat ryhmät tekemänsä algoritmin toisen ryhmän kanssa. Opettaja organisoi ryhmien algoritmien vaihtamista ja jakaa samalla uuden päivitystaulukon C. Ryhmät päivittävät alkuperäisen taulukon A toisen ryhmän algoritmin ja päivitystaulukon C avulla. Jos algoritmissa on virheitä, voidaan niistä laittaa vinkki algoritmin viereen. Ryhmät saavat korjata algoritmejaan toisten antamien vinkkien avulla.

Projektin kolmannessa osassa käytetään tietokoneita. Ryhmät tutustuvat javascript-koodikieleen Reaktorin työntekijöiden suunnitteleman *Slush Smackdown*-pelin avulla. Pelissä luodaan omalle painijalle algoritmi, jonka mukaan painija ottelee. Algoritmin suunnittelun jälkeen pelissä haastetaan kavereita ja katsotaan kumman algoritmi vie voiton.

Ennen omien painijoiden kehittämistä ryhmät tutustuvat pelin toimintaan ja vastaavat kysymyksiin. Pelin vaikeustasoa voidaan muokata höyhensarjasta raskaaseen sarjaan. Höyhensarjassa painijan liikkeitä muutetaan käskypalikkojen avulla. Palikoiden lisäksi näkyviin tulee javascript-esikatselu, jossa näkee lisättyjen palikoiden javascript-koodin. Ryhmien tehtävä on tutustua erilaisten käskyjen ja rakenteiden javascript-koodiin.

Koodiin tutustumisen jälkeen jokainen ryhmä luo itselleen ottelijan. Kun kaikkien ottelijat ovat valmiina, järjestetään koko luokan välinen turnaus. Opettajan organisoi turnauksen.

Projektin lopussa vieraillaan Reaktorin toimistolla. Vierailussa esitellään yritystä sekä matemaattisia ongelmia, joita yrityksen työntekijät ovat työssään kohdanneet. Osana esittelyä oppilaat pääsevät myös itse ratkaisemaan tehtäviä ja ongelmia.

Projektissa arvostellaan oppilaiden osallistuminen ryhmätyöskentelyyn, ryhmien työskentely sekä projektin aikana valmistuneet algoritmit. Algoritmeja voidaan arvostella projektin aikana tehdyistä muistiinpanoista sekä tehtävien vastauksista. Arvosteluun vaikuttaa myös oppilaiden vertaisarviointi. Opettajan ohjeet projektin suorittamiseen on esitetty liitteessä E ja oppilaan ohjeet liitteessä F.

5.3.4 Pohjautuminen opetussuunnitelman perusteisiin

Matematiikan tavoitteiden sisältämiin keskeisiin sisältöalueisiin perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2014 kuuluu "Ajattelun taidot ja menetelmät". Tämä sisältöalue sisältää loogisen ajattelun kehittämisen. Loogista ajattelua voidaan kehittää säännöillä, etsimällä riippuvuuksia ja esittämällä niitä. Projektin tarkoituksena on kehittää loogista ajattelua ja osoittaa loogisen ajattelun liittyvän matematiikkaan. Taulukoiden käsittelyssä ohjataan oppilaita luomaan yhteyksiä ja rakentamaan matemaattista ajattelua taulukoiden avulla. [41, s. 375]

Ajattelun taitoihin ja menetelmiin kuuluu myös ohjelmoinnin ja ohjelmoinnin käytäntöjen harjoittelu. Projektissa tutustutaan ohjelmoinnin kannalta ehtolauseeseen sekä javascript-kieleen. Ohjelmoinnin käytäntöjä harjoitellaan myös verkkoympäristössä, jossa käydään läpi ohjelmoinnin komentojen rakennetta sekä komentopalikoilla että varsinaisena koodina. [41, s. 375]

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2014 matematiikan päättöarvioinnin kriteereissä esiintyvät myös projektissa harjaantuvat tiedot ja taidot. Arvosanan kahdeksan saamiseksi työskentelyn taidoista vaaditaan, että matematiikan taitoja ja tietoja sovelletaan erilaisissa ympäristöissä. Projekti esittelee oppilaille matematiikkaa loogisen ajattelun, algoritmien ja ohjelmoinnin kautta. Erityisesti keskitytään IT-alan työntekijän näkökulmiin matematiikasta työssään, jolloin oppilaat saavat hyödyntää matematiikkaa erilaisessa ympäristössä ja näkevät, miten matematiikkaa voidaan hyödyntää työelämässä. [41, s. 378]

Projektin aikana harjoitellut tiedot tukevat opetussuunnitelman matematiikan päättöarvosanan kriteerien käsitteellisiä ja tiedonalakohtaisia tavoitteita. Projektissa harjoitellaan Pythagoraan lauseen käyttämistä, jonka osaaminen on asetettu päättöarvosanan kahdeksan kriteereihin. Matematiikassa arvioidaan myös algoritmista ajattelua ja ohjelmoinnin taitoja. Projekti tukee täysin tätä arviointikriteeriä. Arviointikriteerin mukaan arvosanalle kahdeksan tulee osata " soveltaa algoritmisen ajattelun periaatteita ja osaa ohjelmoida yksinkertaisia ohjelmia." Tämä kriteeri kuvaa täysin projektissa harjoiteltavia taitoja. [41, s. 379]

6. KEHITTÄMISTUTKIMUS YRITYSYHTEISTYÖPROJEKTISTA

Reaktorin kanssa yhteistyössä suunniteltua projektia jatkojalostetaan kehittämistutkimuksen avulla. Kehittämistutkimuksen tutkimuskysymykset muotoillaan seuraavasti:

- Onko projektityöskentelyllä vaikutusta oppilaiden motivaatioon?
- Vaikuttaako projektityöskentely oppilaiden näkemykseen matematiikan hyödyllisyydestä?
- Miten kehittää projektia, että se edistäisi oppimista?

Tutkimuskysymysten lisäksi tutkitaan oppilaiden loogisen ajattelun kehittämistä projektin aikana. Ohjelmointia yläkoululaisille-projekti valikoitui tutkimusprojektiksi, sillä tutkimukseen osallistuvan peruskoulun sijainti mahdollisti vierailun yritykseen.

Kehittämistutkimuksen tuotos on tässä tapauksessa Ohjelmointia yläkoululaisille-projekti. Tutkimuksessa käydään läpi yksi kehittämissykli. Tutkimuksen suunnitteluvaiheessa pohdittiin tutkimuskysymyksiä, perehdyttiin projektioppimiseen ja yrityksen antamiin pohjatietoihin. Tutkimuksen kehittämisvaiheessa suunniteltiin itse projekti ja projektiohjeet. Ennen varsinaista projektin testaamista oppilailla opettaja, Reaktorin edustaja ja kollegat kävivät projektiohjeet läpi ja ehdottivat parannuksia. Projektiohjeita paranneltiin näiden parannusehdotusten mukaisesti.

Tutkimuksen seuraavassa vaiheessa projektia testattiin peruskoulussa ja suoritettiin projekti ohjeiden mukaisesti. Tässä luvussa esitellään projektin testauksen toteutus, aineiston kerääminen, analysointi ja tulokset. Testauksen lisäksi käydään läpi projektin jalostaminen tutkimuksen tuloksien perusteella ja pohditaan tutkimuksen luotettavuutta.

Projektin testaus suoritettiin Helsingissä Malmin peruskoulussa yhden vuosiluokan 9 ryhmän kanssa. Ryhmä suoritti Reaktorin projektin osana matematiikan oppitunteja. Projektin lisäksi ryhmä vieraili yrityksessä. Kolme muuta peruskoulun 9. luokan ryhmää osallistui vertailututkimukseen vastaamalla tutkimuskyselyyn.

Projektiin osallistunut ryhmä on aiemmin suorittanut projekteja matematiikan oppitunneilla, joten ryhmällä on jo etukäteen kokemusta projektityöskentelystä. Vertailututkimukseen osallistuneiden ryhmien aiemmista kokemuksista matematiikan projektityöskentelystä ei ole tietoa.

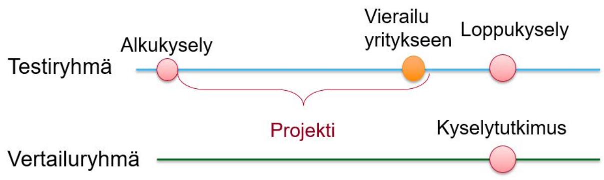
Projektin suorittamiseen käytettiin yhteensä yksi oppitunti sekä kolme kaksoistuntia. Yhdellä kaksoistunneista käytiin tutustumassa yritykseen. Alkuperäinen aikataulu projektin suorittamiseen muuttui tuntien siirtyessä, jolloin projektin suorittamisen väliin tuli $1,5$ viikon tauko. Alkuperäisen tutkimussuunnitelman mukaan opettajan piti ohjata projekti osana tavallista opetusta, mutta opettaja ei ehtinyt tutustua projektiin riittävästi etukäteen, joten tutkija suoritti projektin ohjaamisen. Projektin ohjaaminen vaikeutti projektityöskentelyn havainnointia ja saattoi myös vaikuttaa oppilaiden projektin suorittamiseen.

Tutkimuksen päätarkoituksena on kehittää Ohjelmointia yläkoululaisille-projektia kehittämistutkimuksen avulla. Tutkimuksen avulla kerättyjen tietojen avulla projektia muokataan ja parannellaan helpommin lähestyttäväksi ja toimivammaksi. Lisäksi tutkimuksen tavoitteena on selvittää oppilaiden motivaation muutosta projektityöskentelyn aikana. Motivaation muutosta vertaillaan ennen projektia ja sen jälkeen. Oppilaiden motivaatiota projektin jälkeen verrataan myös vertailuryhmän motivaatioon. Vertailuryhmä ei hyödyntänyt projektia osana opetusta.

6.1 Aineiston hankinta

Ennen tutkimuksen alkua sekä testi- että vertailuryhmän oppilaiden vanhemmilta kerättiin lupa, jotta oppilaat saivat osallistua tutkimukseen. Lupa osallistumiseen kerättiin liitteenä G olevan lomakkeen avulla. Lupalomake on alun perin Elina Viron tekemä. Tutkimukseen osallistumista käsitteleviä tietoja muokattiin koskemaan tätä tutkimusta.

Tutkimuksen aikana kerättiin aineistoa sekä määrällisen että laadullisen tutkimuksen keinoin. Aineistoa kerättiin kyselylomakkeilla, testiryhmän opettajan haastattelulla sekä testiryhmän projektin oppituntien havainnoinnilla. Kuvassa 6.1 on esitetty tutkimuksen kulkua testi- ja vertailuryhmän suhteen.



Kuva 6.1 *Tutkimuksen kulku.*

Testiryhmä vastasi tutkimuskyselyihin ennen projektia sekä projektin jälkeen. Tutkimuskysely ennen projektin alkua on esitetty liitteessä H ja kysely projektin jälkeen liitteessä I. Vertailuryhmät vastasivat tutkimuskyselyyn samaan aikaan kuin tutkimusryhmä vastasi loppukyselyyn. Vertailuryhmän tutkimuskysely on liitteenä J. Vertailuryhmän kysely vastaa testiryhmän kyselyä ennen projektin alkua lukuun ottamatta viimeisenä kysymyksenä olevaa tehtävää. Vertailuryhmän tehtävä on sama kuin testiryhmän tehtävä kyselyssä, joka suoritetaan projektin jälkeen.

Sekä testi- että vertailuryhmältä kerättiin kyselylomakkeissa pohjatietoina viimeisin todistusarvosana sekä sukupuoli. Kyselylomakkeet sisälsivät suljettuja ja avoimia kysymyksiä sekä tehtävän. Suljettujen kysymysten vastaukset kerättiin Likert-asteikkoina. Avoimilla kysymyksillä tietoa oppilaiden mielipiteitä matematiikasta, projektityöskentelystä sekä motivaatiosta matematiikan opiskeluun.

Kaikki kyselylomakkeet alkavat samalla kysymyksellä. Kysymys sisältää 15 suljettua väittämää, joihin vastataan 5-portaisella Likert-asteikolla. Vaihtoehdot väittämiin ovat täysin eri mieltä, eri mieltä, en osaa sanoa, samaa mieltä, täysin samaa mieltä. Osa ensimmäisen kohdan väittämistä on muotoiltu Komulaisen pro gradu-tutkielman [26] kyselylomakkeen perusteella. Väittämät 3., 7., 8. ja 14. on lisätty Komulaisen [26] tutkimuksesta valikoituihin kysymyksiin. Väittämillä 1. –8. mitataan oppilaan motivaatiota matematiikkaa kohtaan. Väittämillä 9.–15. tutkitaan oppilaan näkemystä matematiikan hyödyllisyydestä.

Testiryhmän alkukyselyn ja vertailuryhmän kyselytutkimuksen kysymys 5. on 10 väittämän mittainen persoonallisuuskysely, jonka vastausasteikko on vastaava kuin kysymyksessä 1. Persoonallisuuskysely on tehty lyhennetyn big five -persoonallisuusmittarin [49] pohjalta. Väittämät vastaavat viittä persoonallisuuspiirrettä seuraavasti (R=*reversed-scored* eli väittämä vastaa kyseistä persoonallisuuspiirrettä, kun väittämään on vastattu ”täysin eri mieltä” tai ”eri mieltä”):

Ulospäinsuuntautuneisuus: 1R, 6

Sovinnollisuus: 2, 7R

Tunnollisuus: 3R, 8

Neuroottisuus: 4R, 9

Avoimuus: 5R, 10

Persoonallisuuspiirteitä mittaavalla kyselyllä voidaan selvittää, onko persoonallisuuspiirteillä merkitystä matematiikan motivaatioon, motivaation muutokseen ja projektin pitämiseen mielekkäänä.

Testiryhmän loppukyselyn kysymys 5. sisältää 7 väittämää projektin ja projektityöskentelyn toimivuudesta. Väittämien vastausvaihtoehtona on 4-portainen Likert-asteikko. Vaihtoehdot väittämiin ovat täysin eri mieltä, osittain eri mieltä, osittain samaa mieltä, täysin samaa mieltä. Projektia koskevilla väittämillä kerätään tietoa projektin kehittämistä varten.

Testiryhmän alkukyselyn ja vertailuryhmän kyselytutkimuksen kysymys 5. ja testiryhmän loppukyselyn kysymys 9. ovat tehtäviä, joilla mitataan oppilaiden loogista ajattelua. Tehtävissä oppilaat kirjoittavat arkielämän askareita askel askeleelta.

Testiryhmän molempiin kyselylomakkeisiin vastattiin nimellä, jotta jokaisen oppilaan alku- ja loppukyselyt voitiin yhdistää saman oppilaan tekemäksi. Analysoinnin alkaessa oppilaille annettiin tunnisteet, minkä jälkeen oppilaiden nimet poistettiin vastauslomakkeista. Vertailuryhmä vastasi kyselylomakkeeseen nimettömästi.

Kyselylomakkeiden lisäksi testiryhmän opettaja haastateltiin projektin päätyttyä. Haastattelussa opettaja vastasi etukäteen suunniteltuihin avoimiin kysymyksiin, jonka jälkeen keskusteltiin vapaasti projektin kehittämisestä.

Projektin kehittämistä varten kerättiin aineistoa myös havainnoimalla oppitunteja, joilla projektia suoritettiin, sekä projektivierailua. Oppituntien ja vierailun jälkeen havainnot kirjattiin ylös.

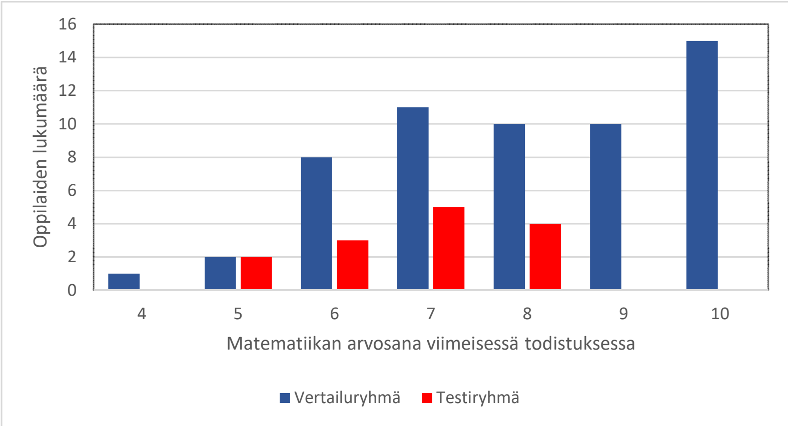
6.2 Aineiston analyysi ja tulokset

Kyselytutkimusten sisältäessä useita tehtäviä, joissa on useita väittämiä, merkitään tästä eteenpäin kyseessä olevaa tehtävää ja väittämää seuraavasti 1.3. Merkinnässä ensimmäinen luku 1 merkitsee kyselytutkimuksen tehtävän numeroa ja jälkimmäinen luku 3 väittämän numeroa kyseisessä tehtävässä.

Tutkimukseen osallistui yhteensä 81 oppilasta, joista testiryhmään kuului 16 oppilasta. Kaikki testiryhmän oppilaat eivät osallistuneet jokaiselle projektitunnille. Testiryhmän alkukyselyyn vastasi 14 oppilasta ja loppukyselyyn 10 oppilasta. Vertailututkimukseen osallistui 65 oppilasta.

Testiryhmästä $31,3$ % ($n = 5$) on tyttöjä ja $68,7$ % ($n = 11$) poikia. Testiryhmän alkukyselyyn vastanneista $35,7$ % ($n = 5$) on tyttöjä ja $64,3$ % ($n = 9$) poikia. Testiryhmän loppukyselyyn vastanneista 30 % ($n = 3$) on tyttöjä ja 70 % ($n = 7$) poikia. Vertailuryhmästä $58,5$ % ($n = 38$) on tyttöjä, $36,9$ % ($n = 24$) poikia ja $4,6$ % ($n = 3$) ei ilmoittanut sukupuolta.

Vertailu- ja testiryhmän matematiikan viimeisen todistuksen arvosanojen jakautumat on esitetty kuvassa 6.2. Vertailuryhmän arvosanat on esitetty 57 oppilaalle ja testiryhmän arvosanat 14 oppilaalle. 8 vertailututkimukseen osallistunutta oppilasta eivät ilmoittaneet arvosanaansa. Testiryhmästä kaksi oppilasta ei osallistunut alkukyselyyn, mutta osallistuivat loppukyselyyn, jolloin arvosanat eivät ole tiedossa.



Kuva 6.2 *Vertailu- ja testiryhmän matematiikan arvosanat viimeisessä todistuksessa.*

Testiryhmään kuului vähemmän tyttöjä kuin poikia toisin kuin vertailuryhmään. Testi- ja vertailuryhmän arvosanojen jakauma on erilainen. Testiryhmän arvosanat jakautuvat välille $5 - 8$ ja arvosanojen keskiarvo on $6,8$. Vertailuryhmän arvosanat jakautuvat koko arvosana-asteikolle $4 - 10$ ja parhaita arvosanoja on eniten. Vertailuryhmän arvosanojen keskiarvo on $8,1$. Testi- ja vertailuryhmän sukupuolien ja arvosanojen erot saattavat vaikuttaa oppilaiden motivaatioon ja käsitykseen matematiikan hyödyntämisestä. Erityisesti arvosanojen erot ovat huomattavia, mikä saattaa näkyä logiikkatehtävän arvioinnissa.

6.2.1 Määrällinen analyysi ja tulokset

Määrällisen aineiston analysoinnissa käytettiin laskentaohjelmistoja Microsoft Excel ja IBM SPSS Statistics. Määrällinen analyysin aineisto kerättiin kyselylomakkeiden pohjalta. Kyselylomakkeiden avulla vertailtiin testiryhmän alkukyselyä loppukyselyyn sekä testiryhmän loppukyselyä vertailuryhmän kyselyyn. Määrällisen analyysin avulla vertailtiin oppilaiden motivaation muutosta projektin aikana sekä motivaation eroa vertailuryhmiin. Motivaation lisäksi tutkittiin käsityksiä matematiikan hyödyllisyydestä sekä niiden muutosta. Persoonallisuuspiirteiden vaikutus jätettiin tutkimatta tutkimuksen laadullisen analyysin ja projektin kehittämisen kasvaessa suureksi. Tutkimukselle koettiin tärkeämmäksi kehittää projektia laadullisen tutkimuksen analysoinnin avulla.

Testiryhmän motivaation muutos projektin aikana

Testiryhmän motivaatiota verrataan käyttäen kyselylomakkeiden 1. kysymyksen väitteitä oppilaiden motivaatiosta sekä matematiikan hyödyllisyyden käsityksistä. Kysymyksen väitteitä analysoidaan käyttäen Wilcoxonin merkittyjen järjestyslukujen testiä, koska molempien kyselyiden otoskoko on pieni ja otokset ovat toisistaan riippuvia. Taulukossa 6.1 on esitetty Wilcoxonin testin mukainen mediaanien ero ja p-arvo jokaiselle väitteelle. Väittämiä on lyhennetty taulukko varten.

Taulukko 6.1 *Kyselylomakkeen tehtävän 1 väittämien Wilcoxonin testin mukainen mediaanien ero ja p-arvo.*

Väittämät	**Mediaanien ero**	p
1. Teen aina kotitehtävät.	0	$0,705$
2. Olen aktiivinen tunnilla.	0	$1,00$
3. Matematiikan opiskelu on helppoa.	0	$0,317$
4. Kysyn aina, jos en ymmärrä tehtävää.	0	$1,00$
5. Opiskelen, koska minun on pakko.	0	$0,655$
6. Matematiikka ei kiinnosta.	0	$0,414$
7. Opiskelu on tärkeää.	0	$1,00$
8. En pidä matematiikasta.	0	$0,317$
9. Olen hyödyntänyt matematiikkaa koulun ulkopuolella.	0	$0,739$
10. Tarvitsen matematiikkaa tulevaisuudessa.	0	$0,739$
11. Tiedän, mihin matematiikkaa tarvitaan.	0	$0,234$
12. Tarvitsen matematiikkaa arkielämässä	0	$0,336$
13. Tarvitsen matematiikkaa jatko-opinnoissa.	0	$0,414$
14. Tarvitsen matematiikkaa työelämässä.	0	$0,279$
15. Hyödyllistä kaikilla ammattialoilla.	0	$0,206$

Wilcoxonin testin mukaan merkittävää muutosta ei tapahtunut yhdenkään väittämän kohdalla. Testin mukaan oppilaiden motivaatio ja käsitys matematiikan hyödyllisyydestä ei muuttunut projektityön aikana. Projektin käyttäminen osana opetusta ei vaikuttanut merkittävästi testiryhmän motivaatioon matematiikkaa kohtaan tai näkemyksiin matematiikan hyödyllisyydestä.

Testi- ja vertailuryhmän vertailu

Testiryhmän loppukyselyn ensimmäisen tehtävän väittämiä verrataan vertailuryhmän kyselytutkimukseen vastaaviin väittämiin ristiintaulukoimalla ja χ^2-testillä. Väittämät koskevat motivaatiota matematiikkaa kohtaan sekä matematiikan kokemista hyödylliseksi koulu-, arki- ja työelämässä. Väittämien vastauskategorioita jouduttiin yhdistämään, jotta χ^2-testin käyttöedellytyksen täyttyivät. Edellytysten mukaan solujen odotettu frekvenssi ei saa olla alle 5 yli 20 % aineiston soluista. Väittämien vastaukset ”täysin eri mieltä” ja ”eri mieltä” on yhdistetty yhdeksi kategoriaksi ”eri mieltä”. Vastaavasti väittämien vastaukset ”täysin samaa mieltä” ja ”samaa mieltä” on yhdistetty yhdeksi kategoriaksi ”samaa mieltä”.

Huolimatta kategorioiden yhdistämisestä väittämien ristiintaulukoinnit eivät ole tilastollisesti merkitseviä χ^2-testin mukaan. Loppukyselyn otoskoon ollessa pieni, useimmat väittämät eivät täytä χ^2-testin käyttöedellytyksiä. Kategorioista jätetään pois vielä vaihtoehto ”en osaa sanoa”. Väittämät, joiden kohdalla χ^2-testin käyttöedellytykset täyttyvät, on esitetty taulukossa 6.2.

Taulukko 6.2 *Kyselylomakkeen tehtävän 1 väittämien ristiintaulukointi.*

	Vastauskategoriat	Testi-ryhmä f	Vertailu-ryhmä f	$\chi^2(1)$	p
1. Teen aina matematiikan tunnilla annetut kotitehtävät.	eri mieltä	1	14		
	samaa mieltä	7	41		
	yht.	8	41	0,646	0,422
2. Olen aktiivinen matematiikan tunnilla.	eri mieltä	0	13		
	samaa mieltä	7	27		
	yht.	7	40	3,145	0,076
4. Kysyn aina, jos en ymmärrä jotakin matematiikan tehtävää.	eri mieltä	1	13		
	samaa mieltä	8	43		
	yht.	9	56	0,672	0,412
5. Opiskelen matematiikkaa, koska koen, että minun on pakko.	eri mieltä	4	18		
	samaa mieltä	4	20		
	yht.	8	38	0,018	0,892
8. En pidä matematiikasta.	eri mieltä	2	37		
	samaa mieltä	5	14		
	yht.	7	51	5,404	0,020*
9. Olen hyödyntänyt matematiikan taitoja ja tietoja kouun ulkopuolella.	eri mieltä	2	9		
	samaa mieltä	5	40		
	yht.	7	49	0,404	0,525
12. Uskon tarvitsevani matematiikan tietoja ja taitoja arkielämässä.	eri mieltä	1	10		
	samaa mieltä	8	49		
	yht.	9	59	0,196	0,658

χ^2-testin mukaan testi- ja vertailuryhmän välillä on melkein merkitsevä riippuvuus väitteen "1.8 En pidä matematiikasta" kohdalla. Tarkastellaan merkitsevyyttä tarkemmin Mann-Whitneyn testin avulla. Vaikka vastauskategorioita supistettiin ennestään χ^2-testin käyttöedellytykset eivät täyttyneet useimman väittämän kohdalla.

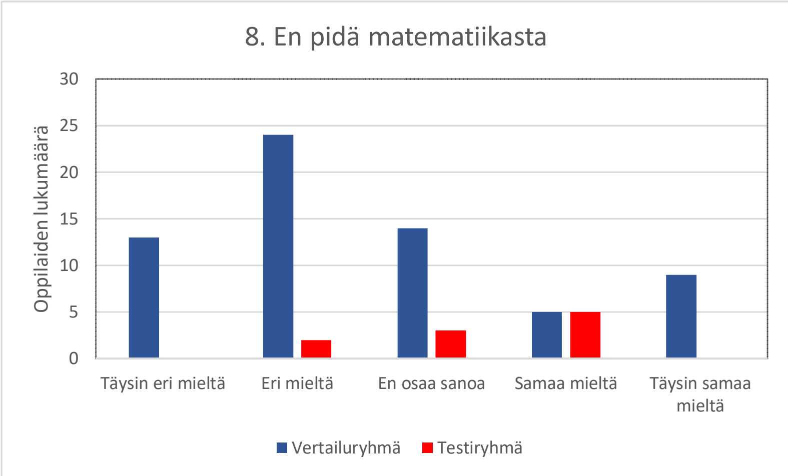
Samoja väittämiä tutkittiin Mann-Whitneyn testillä. Mann-Whitneyn testin parametrit on esitetty taulukossa 6.3. Taulukossa väittämät on lyhennetty.

Taulukko 6.3 *Kyselylomakkeen tehtävän 1 väittämien Mann-Whitneyn testin arvot.*

Väittämät	U	Z	p
1. Teen aina kotitehtävät.	275	$-0,817$	$0,414$
2. Olen aktiivinen tunnilla.	231	$-1,535$	$0,125$
3. Matematiikan opiskelu on helppoa.	323	$-0,032$	$0,974$
4. Kysyn aina, jos en ymmärrä tehtävää.	303	$-0,203$	$0,839$
5. Opiskelen, koska minun on pakko.	334	$0,147$	$0,883$
6. Matematiikka ei kiinnosta.	332	$0,121$	$0,904$
7. Opiskelu on tärkeää.	347	$0,361$	$0,718$
8. En pidä matematiikasta.	200	-2	$0,045^{*}$
9. Olen hyödyntänyt matematiikkaa koulun ulkopuolella.	399	$1,2$	$0,230$
10. Tarvitsen matematiikkaa tulevaisuudessa.	381	$0,933$	$0,414$
11. Tiedän, mihin matematiikkaa tarvitaan.	352	$0,464$	$0,642$
12. Tarvitsen matematiikkaa arkielämässä	333	$0,132$	$0,895$
13. Tarvitsen matematiikkaa jatko-opinnoissa.	371	$0,775$	$0,438$
14. Tarvitsen matematiikkaa työelämässä.	354	$0,484$	$0,628$
15. Hyödyllistä kaikilla ammattialoilla.	347	$0,351$	$0,726$

Mann-Whitneyn testin mukaan vain väittämän ”1.8 En pidä matematiikasta” kohdalla testi- ja vertailuryhmien välillä on eroa. Testiryhmän mediaani kyseiselle väittämälle on $3,5$ ja vertailuryhmän mediaani $2,0$. Mann-Whitneyn testin arvoksi väittämälle saadaan $U(73) = 200,5$, $Z = -2,00$, $p-$arvo$= 0,045$ ja $r = 0,23$. Kuvassa 6.3 on havainnollistettu ryhmien vastausten jakaumia määrällisesti koskien väittämää 1.8.

Väittämän 1.8 efektikoko on laskettu hyödyntäen kaavaa (4.33). Käytetään tätä kaavaa efektikoon laskemiseen, sillä kyseessä on Mann-Whitney-testin efektikoko. Efektikoko kyseiselle väittämälle on $r = 0,23$. Efektin vaikutus on pieni.



Kuva 6.3 *Ryhmien jakaumien eroavaisuudet väittämästä* 1.8.

Puolet testiryhmästä on samaa mieltä väittämän 1.8 ”En pidä matematiikasta” kanssa. Vertailuryhmästä $21,5$ % ($n = 14$) on samaa mieltä tai täysin samaa mieltä tämän väittämän kanssa. Vastaavasti vertailuryhmän oppilaista $56,9$ % on eri mieltä tai täysin eri mieltä, kun testiryhmästä vain 20 % on eri mieltä. Testiryhmän vastaukset painottuvat olemaan väittämän kanssa samaa mieltä, kun taas vertailuryhmän vastaukset painottuvat olemaan eri mieltä väittämän kanssa. Erot testi- ja vertailuryhmän mielipiteiden välillä saattaa johtua ryhmien matematiikan viimeisen todistusarvosanan eroista.

Logiikkatehtävä

Sekä testiryhmä että vertailuryhmä tekivät loogista ajattelua mittaavan tehtävän kyselytutkimusten viimeisenä kysymyksenä. Tehtävä oli testiryhmän loppukyselyssä ja vertailuryhmän kyselyssä sama kysymys. Kysymys näissä kyselyissä oli:

”Jatka yksityiskohtaisten ohjeiden kirjoittamista askeleittain aiheesta, kuinka otat ruokaa koulun ruokalan linjastolta. Voit lisätä askeleita tai jättää osan käyttämättä. (a) Ota tarjotin.”

Testiryhmän alkukyselyn tehtävä oli vastaavanlainen kuin loppukyselyssä sekä vertailuryhmällä, mutta tehtävän aihe muuttui.

Jokaisen kyselytutkimuksen tehtävä on arvosteltu käyttäen samoja kriteerejä. Kriteerit on esitetty taulukossa 6.4. Tehtävän maksimipistemäärä on 7. Tehtävässä on arvosteltu sekä askelten määrää että vastauksen toimivuutta. Askelten määrää on arvosteltu, sillä kysymyksiin ei voi vastata täysin toimivalla ja järjestelmällisellä käskyketjulla, jos askeleita ei ole tarpeeksi. Askelten määrään ei ole laskettu valmiiksi esimerkkinä ollutta ensimmäistä askelta.

Taulukko 6.4 *Kyselylomakkeiden tehtävän arvostelukriteerit.*

	Lkm	Pisteet
Askelten lukumäärä	alle 3	0
(max 3 p)	3 – 4	1
	4 – 5	2
	6–	3
	Selite	**Pisteiden vähennys**
Toimivuus	Ohje jää kesken	−1
(max 4 p)	Välistä puuttuu askeleita	−1
	Käskyt puuttuu	−1
	Ohje ei toimi	−1

Täysi pistemäärä ratkaisun toimivuudesta on 4 pistettä. Toimivuuden kärsiessä taulukon 6.4 mukaisesti tehtävän pistemäärää on vähennetty. Toimivuudella haetaan ohjekäskyjen toimivuutta, järjestelmällisyyttä ja loogisuutta.

Taulukossa 6.5 on esitetty kyselytutkimuksien tehtävien pisteiden jakaumat ja niiden keskiarvot. Alku- ja loppukyselyissä arvosanan 0 saaneet oppilaat eivät vastanneet tehtävään ollenkaan. Vertailuryhmässä arvosanan 0 saaneet oppilaat olivat arvosanasta huolimatta yrittäneet vastata tehtävään.

Taulukko 6.5 *Kyselytutkimuksien tehtävien pisteiden jakaumat ja pisteiden keskiarvot.*

Pisteet	0	1	2	3	4	5	6	7	Ka
Alkukysely (lkm)	2	0	0	2	1	3	3	3	$3,1$
Loppukysely (lkm)	1	0	0	1	1	1	0	6	$5,4$
Vertailuryhmä (lkm)	2	1	1	0	3	10	7	41	$6,1$

Alku- ja loppukyselyiden jakautumisesta huomaa oppilaiden kehittymisen projektin aikana. Projektin aikana käytettiin vastaavia käskyketjuja erilaisissa ympäristöissä. Loogisen ja toimivan ajatteluketjun tekeminen oli projektin jälkeen helpompaa, kun sitä oli projektin aikana opeteltu. Toisaalta alku- ja loppukyselyn vastausten ero saattaa johtua tehtävien aiheiden erosta. Loppukyselyn aihe saattoi olla lähempänä jokaisen oppilaan arkea kuin alkukyselyn aihe.

Tehtävän pisteiden ja keskiarvon ero testi- ja vertailuryhmän välillä on selitettävissä oppilaiden todistusarvosanoilla. Vertailuryhmän oppilaiden arvosanat viimeisessä todistuksessa olivat paremmat kuin testiryhmän oppilaiden arvosanat. Ryhmien välillä oli eroa myös virheiden laadussa. Testiryhmän oppilaat olivat kirjoittaneet lyhyempiä käskyketjuja, joiden toimivuus oli kuitenkin hyvä. Vertailuryhmän oppilaat olivat lähes aina kirjoittaneet pitkän käskyketjun, mutta ketjun toimivuudessa oli paljon puutteita.

6.2.2 Laadullinen analyysi ja tulokset

Oppilaille esitettyjen kyselylomakkeiden avoimia kysymyksiä analysoidaan aineistolähtöisen sisällönanalyysin keinoin. Käsitellään ensin jokaisen tutkimuskyselyn kysymyksiä ”2. Mikä motivoi sinua eniten matematiikan opiskelussa?”, ”3. Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?” ja ”4 Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?”. Sen jälkeen käsitellään kyselylomakkeiden palautetta projektista, havainnoinnin muistiinpanoja sekä opettajan haastattelua. Kerätyn aineiston lisäksi käytetään ryhmien tekemiä muistiinpanoja projektin aikana. Projektityöskentelyä tutkitaan projektin kehittämistä varten.

Motivaatio

Kaikille esitetyt avoimet kysymykset 2, 3 ja 4 käsittelivät oppilaiden motivaatiota sekä kokemuksia matematiikan hyödyllisyydestä. Aineisto on luokiteltu keskeisimpiin teemoihin aineistossa esiintyvien käsitteiden mukaisesti. Aineiston teemojen esiintymistiheyttä ja poikkeuksia on tutkittu ja näistä on muodostettu päätelmiä.

Teemojen esiintymistä vastauksissa on analysoitu erikseen testiryhmän alku- ja loppukyselyn sekä vertailuryhmän osalta. Oppilaat saattoivat olla vastaamatta avoimiin kysymyksiin tai vastata ”en tiedä”, jolloin vastaus jätettiin analysoimatta. Samassa vastauksessa saattaa esiintyä useampia teemoja, jolloin tämä vastaus on laskettu esiintyväksi useammassa teemassa. Testi- ja vertailuryhmien vastauksiin kuuluu lisäksi satunnaisia vastauksia, jotka eivät kuulu mihinkään kategoriaan. Nämä poikkeukset on mainittu tarkemmin jokaisen kysymyksen kohdalla.

Kuvaajien ja taulukoiden yksinkertaistamiseksi testiryhmän kyselyitä kutsutaan lyhyesti alku- ja loppukyselyksi. Alkukyselyyn vastasi $n_a = 14$ oppilasta, loppukyselyyn $n_l = 10$ ja vertailuryhmään $n_v = 65$.

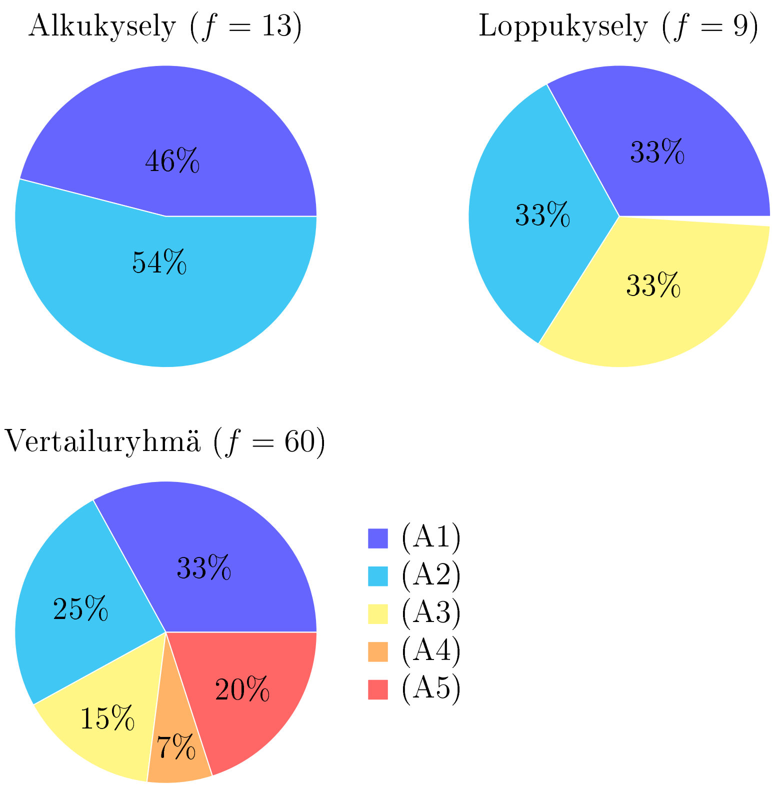
Toisessa kysymyksessä kysytään ”Mikä motivoi sivua eniten matematiikan opiskelussa?”. Oppilaiden vastausten perusteella usein esiintyville vastauksille on asetettu teemat. Vastausten teemat ja niihin kuuluvat ilmaisut on esitetty taulukossa 6.6.

Teemojen esiintyvyyttä on havainnollistettu ympyrädiagrammeilla kuvassa 6.4. Teemojen esiintyvyys on esitetty erikseen jokaiselle kyselytutkimukselle. Diagrammien otsikoihin on merkitty teemojen havaintojen lukumäärä f kokonaisuudessaan. Teemojen havaintojen lukumäärä eroaa tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden lukumäärästä, sillä kaikki eivät vastanneet kysymykseen, osa vastauksista saattoi sisältää usean ilmaisuja useista teemoista ja tutkimuksessa esiintyneistä yksittäisistä vastauksista ei muodostettu teemaa.

Taulukko 6.6 *Kysymyksen 2. "Mikä motivoi sinua eniten matematiikan opiskelussa?" teemat ja niiden sisällöt.*

Teemat	Ilmaisut
(A1) Tulevaisuus	Tulevaisuus
	Jatko-opinnot, lukioon pääsy
	Työelämä
	Tulevaisuuden ammatti
(A2) Arvosanat	Arvosana
	Numero
	Hyvä suoritus
(A3) Uuden oppiminen	Halu oppia uutta
	Oppimisesta tulee hyvä mieli
	Uusien laskutapojen oppiminen
(A4) Helppous	Matematiikka on helppoa
(A5) Ei motivoi	Ei mikään

Testiryhmän vastaukset muuttuivat alku- ja loppukyselyn perusteella. Alkukyselyssä esiintyi vain teemoja (A1) ja (A2), kun loppukyselyssä esiintyi myös teema (A3). Testiryhmän oppilaat ovat saattaneet projektin jälkeen kiinnostua uusien asioiden oppimisesta matematiikassa. Toisaalta teemaa (A3) esiintyy myös vertailuryhmässä. Vertailuryhmällä teeman (A3) osuus on vain 15 %, kun loppukyselyssä teeman osuus on 33 %. Loppukyselyssä teeman osuus huomattavasti suurempi kuin vertailuryhmällä, mutta toisaalta loppukyselyn otoskoko on huomattavasti pienempi kuin vertailuryhmän otoskoko. Laadullisen analyysin perusteella voidaan kuitenkin olettaa, että projektilla saattaa olla vaikutusta oppilaiden motivaatioon matematiikassa.



Kuva 6.4 *Kysymyksen* 2. *"Mikä motivoi sinua eniten matematiikan opiskelussa?" teemojen esiintyvyys.*

Vertailuryhmän vastauksissa motivaatioon matematiikassa esiintyy myös teemoja (A4) ja (A5), joita ei esiinny testiryhmän vastauksissa. Teeman (A4) osuus oli pieni (7 %) koko otokseen verrattaessa. Teeman (A5) osuus oli viidesosa koko otoksesta. Viidesosa vastanneista oppilaista eivät koe minkään motivoivan matematiikan opiskeluun. Osuus koko otoksesta on suhteellisen suuri varsinkin, kun teemaa ei esiinny testiryhmällä. Teeman (A5) mukaisesti vastanneet oppilaat eivät kuitenkaan vastanneet kysymyksen 1. väittämiin niin, että motivaatio puuttuisi kokonaan. Oppilaat, joiden mukaan mikään ei motivoi matematiikan opiskeluun, ovat saattaneet olla epävarmoja motivaation syistä tai avoimiin kysymyksiin vastaaminen ei ole kiinnostanut.

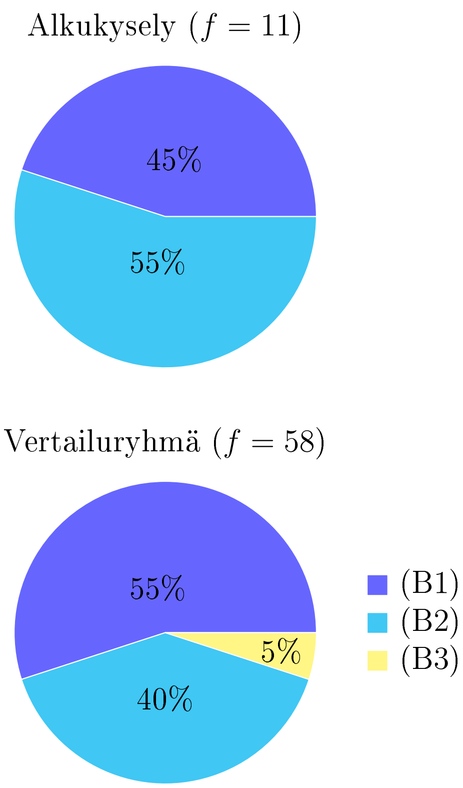
Vertailuryhmän otoskoko on huomattavasti suurempi kuin testiryhmän kyselyiden otoskoot, mikä vaikuttaa myös vastauksissa esiintyviin teemoihin. Vertailuryhmän vastauksissa esiintyy enemmän teemoja, sillä vastauksia on myös enemmän. Vertailuryhmän oppilaiden yksittäisissä vastauksissa motivaatioon vaikuttaa myös opettaja, koulukaverit ja opiskelun pakollisuus.

Kysymyksessä 3. kysytään "Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?". Oppilaiden vastausten perusteella kootut teemat ja niihin kuuluvat ilmaisut on esitetty taulukossa 6.7.

Taulukko 6.7 *Kysymyksen 3.. "Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?" teemat ja niiden sisältämät ilmaisut.*

Teemat	Ilmaisut
(B1) Tulevaisuus	Tulevaisuus Jatko-opinnot Työelämä Tulevaisuuden ammatti
(B2) Arki	Tarvitaan/vaaditaan joka paikassa Arkielämä/arki Tarvitaan elämässä
(B3) Ei hyödyllistä	En koe Ei ole hyödyllistä

Teemojen esiintyvyydet on esitetty kuvaajassa 6.5. Kuvaajien otsikoihin on merkitty teemojen havaintojen lukumäärä m kokonaisuudessaan. Vain vertailuryhmällä esiintyi teemaa (B3), jonka mukaan matematiikka ei ole hyödyllistä. Teeman (B3) esiintyvyys otoksessa oli vain 5 %. Teeman (B3) mukaisesti vastanneet, eivät perustelleet vastaustaan kysymyksessä 4., jossa kysytään, miksi matematiikka ei ole hyödyllistä. Jätetään teeman (B3) esiintyvyys huomiotta, sillä vastauksia ei perusteltu.



Kuva 6.5 *Kysymyksen* 3.. *"Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?" teemojen esiintyvyys.*

Teemat (B1) ja (B2) esiintyvät kaikissa kyselyissä. Alku- ja loppukyselyssä teemojen jakautuminen on hyvin samanlaista: hieman suurempi osa testiryhmästä vastasi matematiikan olevan hyödyllistä arjessa. Vertailuryhmän vastauksissa hieman suurempi osa vastasi matematiikan olevan hyödyllistä tulevaisuuden suunnitelmien takia. Kokonaisuudessaan oppilaiden mielestä tulevaisuuden suunnitelmat ja arjen sovellukset tekevät matematiikasta hyödyllisen.

Kysymyksen 3. vastauksissa esiintyi myös yksittäisiä vastauksia. Alkukyselyssä tuli yksittäisenä vastauksena esiin, että matematiikka on hyödyllistä muissa aineissa. Sen lisäksi sekä alku- että loppukyselyssä yksi oppilas oli sitä mieltä, että matematiikka koetaan hyödylliseksi, koska halutaan oppia sitä.

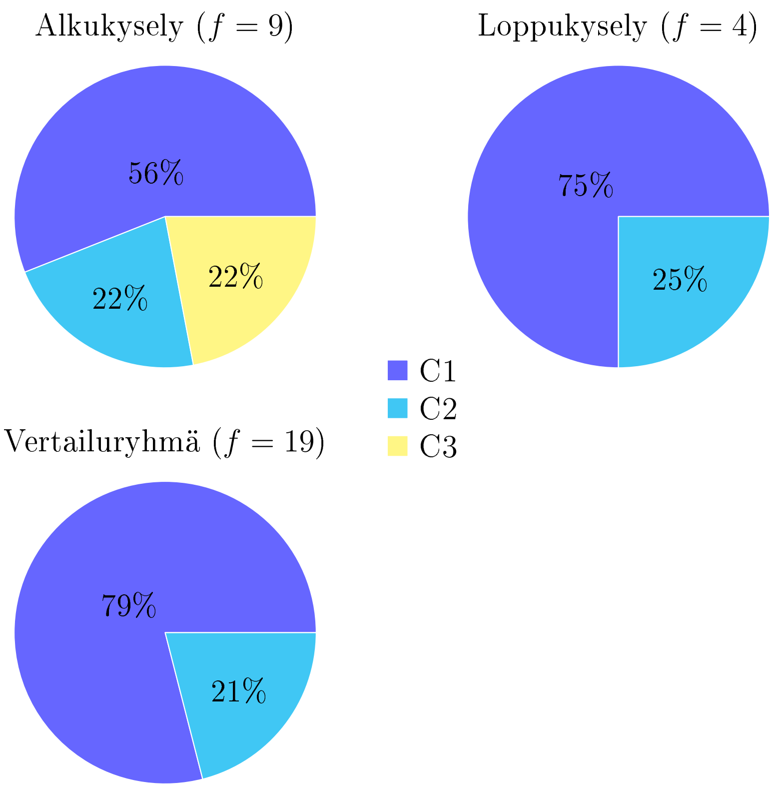
Kysymys 4. kuuluu "Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?". Oppilaiden vastausten perusteella kootut teemat ja niihin kuuluvat ilmaisut on esitetty taulukossa 6.8. Teemojen lisäksi molemmissa testiryhmän kyselyissä tuli yksittäisenä vastauksena "Matematiikka ei ole tärkeä oppiaine". Vertailuryhmässä kysymykseen jätettiin vastaamatta, koska matematiikka koetaan hyödylliseksi. Vertailuryhmän kahdessa vastauksessa tulee ilmi matematiikan kokeminen hyödyttömäksi, koska laskin osaa kaiken.

Taulukko 6.8 *Kysymyksen* 3.. *"Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?" teemat ja niiden sisältämät ilmaisut.*

Teemat	Ilmaisut
(C1) Kaikki aiheet eivät ole hyödyllisiä	Harjoittelemme turhia osioita Tarvitsen vain peruslaskutoimituksia Osaa laskuista käytetään vain tunnilla Kaikkia laskuja ei tarvita tulevaisuudessa
(C2) Vaikeaa	Matematiikka on vaikeaa Turhauttaa
(C3) Ei tarvita työssä	Työssä/ammatissa ei tarvita matematiikkaa

Teemojen esiintyvyydet on esitetty kuvaajassa 6.6. Kuvaajien otsikoissa on esitetty teemojen havaintojen lukumäärä m kokonaisuudessaan. Kysymykseen 4. vastasi vertailuryhmästä vain 24 (37 %) oppilasta. 41 (63 %) vertailuryhmästä jätti kokonaan vastaamatta. Myös testiryhmän alku- ja loppukyselyissä kysymykseen 4. vastasi vähemmän oppilaita kuin aiempiin kysymyksiin. Monen oppilaan jätettyä vastaamatta kysymykseen, todetaan testi- ja vertailuryhmän oppilaiden pitävän matematiikkaa pääasiassa hyödyllisenä.

Testiryhmän alkukyselyn vastauksissa tulee esille teema (C3), joka ei esiinny loppukyselyn tai vertailuryhmän vastauksissa. Loppukyselyyn vastanneista monet jättivät kokonaan vastaamatta kysymykseen. Projektin jälkeen testiryhmän jäsenet eivät enää vastanneet, että matematiikkaa ei tarvita työelämässä, mikä saattaa johtua työelämään sidonnaisesta projektista. Alkukyselyssä teeman ($C3$) mukaisesti vastanneet oppilaat vastasivat myös loppukyselyyn, joten vastausten puuttumisesta ei ole kyse.



Kuva 6.6 *Kysymyksen* 4.. *"Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?" teemojen esiintyvyys.*

Yleisesti voidaan sanoa sekä projektiin osallistuneiden että vertailuryhmän oppilaiden kokevan samat asiat hyödyttömiksi matematiikassa. Teemoista esiin nousivat matematiikan kaikkien aihealueiden hyödyllisyys tulevaisuudessa sekä matematiikan vaikeus.

Projektityöskentely

Käsitellään projektityöskentelystä ensin oppilaiden mielipiteet. Sen jälkeen käydään läpi projektin aikana tehdyt havainnot sekä opettajan haastattelussa esiin nousseet teemat.

Projektin jälkeen testiryhmän oppilaat vastasivat projektityötä koskeviin väittämiin sekä avoimiin kysymyksiin. Väittämät sekä avoimet kysymykset on esitetty liitteen I kysymyksissä 5. – 8.. Kaikki 10 loppukyselyyn osallistunutta oppilasta vastasivat monivalintakysymyksiin, mutta vain 7 vastasi avoimiin kysymyksiin. Avoimien kysymysten vastaukset olivat lyhyitä. Käsitellään vastaukset niissä esiintyvien parannuskohteiden mukaisesti.

Taulukossa 6.9 on esitelty projektia koskevien väittämien vastauksien prosenttiosuudet sekä jokaisen väittämän vastauksien moodi. Väittämät 1 ja 7 osoittavat, että suurin osa testiryhmän oppilaista pitää projektityöskentelystä ja osallistuu ryhmätyöskentelyyn mielellään. Väittämän 6 mukaan suurin osa oppilaista piti projektia vaikeana. Kuitenkin melkein kaikki oppilaat vastasivat väittämään 2. onnistuneensa projektissa. Projektin vaikeus ei siis vaikuttanut oppilaiden onnistumisen tunteeseen.

Taulukko 6.9 *Loppukyselyn kysymyksen* 5. *väitteet projektista. Taulukossa on esitetty vastausten frekvenssit. Vastausvaihtoehdot:* 1 = *Täysin eri mieltä,* 2 = *Osittain eri mieltä,* 3 = *Osittain samaa mieltä,* 4 = *Täysin samaa mieltä. Otoskoko* $n = 10$.

Väite	1	2	3	4	**Moodi**
1. Pidin projektityöskentelystä	2	–	4	4	3, 4
2. Koin onnistuvani projektissa	1	–	8	1	3
3.Projektityöskentely motivoi minua matematiikan opiskeluun	1	3	5	1	3
4.Projektin jälkeen ymmärrän paremmin, mihin matematiikkaa tarvitaan oppituntien ulkopuolella	–	5	3	2	2
5.Projekti oli motivoiva	–	5	3	2	2
6.Projektityön tekeminen oli vaikeaa	–	4	5	1	3
7.Osallistuin ryhmätyöskentelyyn mielelläni	–	2	3	5	4

Loppukyselyyn vastanneet oppilaista 60 % oli väittämän 3. kanssa osittain tai täysin samaa mieltä, että projektityöskentely motivoi matematiikan opiskeluun. Kuitenkin 50 % oppilaista oli osittain eri mieltä väittämän 5. ”Projekti oli motivoiva”. Projektityöskentely koettiin motivoivaksi, mutta kyseinen projekti ei. Projektissa tulisi huomioida paremmin oppilaiden motivointi.

Väittämässä 4. kysyttiin oppilaiden ymmärrystä, mihin matematiikkaa tarvitaan oppituntien ulkopuolella. Puolet oppilaista olivat osittain eri mieltä väittämän kanssa, kun toinen puoli oli osittain tai täysin samaa mieltä. Projekti on kehitetty yhteistyössä yrityksen kanssa, jotta oppilaat saisivat paremman kuvan, mihin matematiikkaa käytetään työelämässä. Projektin sisältämä yritysvierailu osoitti oppilaille konkreettisen esimerkin matematiikan käytöstä työelämässä, mutta projektin kokonaisuutta tulisi kehittää niin, että oppilaat ymmärtäisivät matematiikan hyödyllisyyden työelämässä.

Avoimissa kysymyksissä positiivista palautetta esitettiin projektista, vierailusta Reaktorilla sekä koodaamisen harjoittelusta. Oppilaiden vastauksista nousivat esille esimerkiksi vastaukset:

”Sain oppia uusia asioita koodaamisesta” (Poika 11)

ja

”Pidin siitä kun kävimme Reaktorilla yritysvierailulla” (Poika 9).

Itse projektityöskentelyä kommentoitiin vain yhden oppilaan palautteessa, missä kritisoitiin ryhmien valintaa. Ryhmät valittiin istumajärjestyksen mukaan, mutta tulevaisuudessa projektin ryhmiä voisi harkita tarkemmin. Ryhmät voisi muodostaa joko heterogeenisiksi tai homogeenisiksi. Heterogeenisissa ryhmissä on kaiken tasoisia oppilaita, jolloin ryhmän sisällä voidaan opettaa toisia. Heterogeenisissa ryhmissä kaikki oppilaat voivat käyttää itselleen vahvoja taitoja. Oppilaat, jotka ovat matemaattisilta taidoiltaan heikkoja, voivat projektityöskentelyssä loistaa muilla taidoillaan. Homogeeniset ryhmät voidaan jakaa oppilaiden taidon mukaan tasaisiin ryhmiin. Tällöin projektin ryhmiä voidaan myös eriyttää. Esimerkiksi projektin vaikeustasoa voidaan muuttaa ryhmittäin tai antaa nopeammin eteneville ryhmille lisätehtäviä.

Projektiin kohdistuvassa palautteessa ja parannusehdotuksissa käsiteltiin ainoastaan ohjeiden epäselvyyttä. Projektin kehittämisessä ohjeiden selkeyteen on kiinnitettävä huomiota. Erityisesti projektissa muutettavaksi ehdotettiin projektin toista osaa, jonka aihe oli taulukoiden käsittely. Myös muiden tehtävien muuttamista ehdotettiin.

Avoimissa kysymyksissä tuli myös ilmi projektin liittyminen matematiikkaan. Projekti käsitteli loogista ajattelua ja ohjelmointia, mutta aiheiden ei koettu liittyvän matematiikkaan. Projektin tehtäviä kommentoitiin seuraavasti

”Tehtävät olivat outoja, ei tuntunut niin ”matematiikkaselta” ” (Tyttö 4).

Projektityöskentelyä käsittelevissä väitteissä tuli ilmi, että projekti ei täysin saanut oppilaita ymmärtämään, mihin matematiikkaa käytetään oppituntien ulkopuolella. Tähän saattaa vaikuttaa myös oppilaiden käsitykset matematiikasta. Kaikkia matematiikan osa-alueiden ei koeta olevan matematiikkaa. Tästä syystä myös erilaisen matematiikan esitteleminen yläkoulussa on tärkeää.

Käsitellään seuraavaksi projektin aikana tehdyt havainnot sekä opettajan haastattelu. Havaintojen ja haastattelun lisäksi käytössä on oppilaiden projektin aikana tekemät muistiinpanot. Tutkimuksen kannalta on tärkeää keskittyä projektin parantamiseen, sillä projektin suorittamisessa huomattiin puutteita. Projekti on jaettu neljään osaan: pelillinen ajattelu, taulukoiden käsittely, ohjelmointi ja vierailu yritykseen. Käydään projekti läpi osa-alueittain, minkä lisäksi käsitellään arvostelukriteereitä.

Projektin ensimmäisessä osassa motivaatio tuotti ongelmia. Pelillinen ajattelu ei linkitä tehtävää pelien maailmaan riittävän vahvasti. Opettajan mukaan projektin ensimmäinen tehtävä oli liian helppo, mikä aiheutti ongelmia motivaation kanssa. Ensimmäinen osa täytyy suunnitella haastavammaksi. Projektin haastavuuden lisäksi käytännönongelmia tuotti avaruusaluksen epäselvä muoto.

Projektin toisen osan ohjeet tuottivat ongelmia oppitunnilla. Toiseen tehtävään päästiin ryhmissä paremmin käsiksi, kun ryhmille oli ensin sanallisesti selitetty idea. Kokonaisuudessaan toisen tehtävän ohjeet olivat liian pitkät ja epäselvät. Oppilaat eivät jaksaneet keskittyä ohjeisiin, minkä jälkeen keskittyminen projektiin laski.

Opettajan kanssa käydyn haastattelun mukaan projektin toinen osa oli ajatuksena hyvä, mutta tehtävää täytyy muokata selkeämmäksi. Oppilaat pääsivät tehtävään käsiksi paremmin vasta toisen tunnin aikana. Projektin aikataulujen muuttuessa projektin toinen osa jäi kesken ja sitä jatkettiin vasta $1,5$ viikkoa aloituksen jälkeen. Toisen osan jatkaminen tuotti vaikeuksia pitkän ajan jälkeen. Tauko projektin aikana vaikeutti myös projektityöskentelyyn motivoimista.

Projektin kolmannessa osassa työskenneltiin tietokoneilla, mikä motivoi oppilaita projektityöskentelyyn. Ohjelmointi-osuuteen kuului koodauspelin tutkimista ja pelaamista. Pelaaminen kiinnosti oppilaita kuitenkin enemmän kuin tehtäviin vastaaminen. Viidestä ryhmästä kolme oli tehnyt muistiinpanoja ja vastannut kysymyksiin projektin kolmannesta osuudesta. Kuitenkin myös teorian kuten ehtolauseen opettelu kiinnosti pelin ohessa. Opettajan mielestä kolmas osuus projektista onnistui hyvin ja kaikki oppilaat osallistuivat aktiivisesti.

Kysymysten käsittely projektin kolmannessa osuudessa on tärkeää, sillä kysymyksien avulla tutkitaan javascript-koodia. Oppimista tapahtuu myös ilman vastauksien etsimistä, mutta kysymyksillä varmistetaan ryhmien pohtivan myös graafisen käyttöliittymän takana olevaa koodia ja sen rakennetta. Projektin kolmanteen osuuteen pitää tehdä muutoksia ohjeiden sanalliseen muotoiluun ja pohtia, kuinka motivoida oppilaita myös kysymysten käsittelemiseen.

Projektin neljännessä osassa vierailtiin yrityksessä. Vierailu sujui hyvin ja oppilaat olivat kiinnostuneita yrityksestä. Vierailun aikana oppilaat suorittivat yrityksen työntekijöiden antamia tehtäviä pienissä ryhmissä. Yksi tehtävistä muistutti projektin toisessa osuudessa tehtyä taulukoiden käsittelyä, mikä oli hyvä kertaus ja osoitti, että vastaavia tehtäviä tehdään myös työelämässä.

Opettajan mukaan yritysvierailu vaikutti oppilaiden motivaatioon projektia kohtaan. Vierailusta keskusteltiin myös vierailun jälkeen matematiikan tunneilla, vaikka projekti oli jo suoritettu. Yritysvierailun sijoitus projektin loppuun ei välttämättä ollut paras vaihtoehto. Yritysvierailun voisi sijoittaa projektin alkuun tai keskelle projektia, jolloin motivaatio koko projektia kohtaan saattaisi kasvaa. Oppilaiden voisi olla helpompi yhdistää projektin aikana suoritetut osuudet yritykseen, jos vierailu sijoitettaisiin projektin eri vaiheeseen.

Opettajan haastattelusta nousi esiin projektin arviointikriteerit ja niiden vaikutus. Projektin jälkeen tehtiin vertaisarviointi, jossa oppilaat arvioivat omaa työskentelyään ja saman ryhmän jäsenten osallistumista, minkä jälkeen opettaja arvioi vielä jokaisen oppilaan osallistumista. Kuitenkin projektin alussa on hyvä käydä läpi koko luokan kesken, miten projektia arvioidaan, ja miten se vaikuttaa keskeneräiseen kurssiin. Näin myös motivaatio työskentelyyn kasvaa, kuten todettiin aikaisempien väitteiden 6.4 mukaan. Oppilaita motivoi hyvien arvosanojen saaminen. Testiryhmän oppilaat olivat myös tottuneet tarkkojen arviointikriteerien esittämiseen ennen projektin alkua.

Opettajan mielestä koko projektin aikana oppilaat olivat motivoituneita. Erityisesti luokalle jäi mieleen yrityksessä vierailu, mistä keskusteltiin useammalla oppitunnilla projektin jälkeen.

6.2.3 Projektin kehittäminen

Projektin parannellut ohjeet on opettajalle liitteissä K ja oppilaille liitteessä L. Opettajan ohjeeseen on lisätty vinkkejä, joilla oppilaiden työskentelyä voi tukea ja motivoida. Oppilaiden projektiohjeita on yksinkertaistettu ja lyhennetty sekä yritetty muotoilla ohjeita selkeämmin.

Projektiohjeen alkuun on lisätty opettajalle ohjeita ryhmien jakamisesta sekä arviointikriteereistä. Ryhmät suositellaan jaettavaksi mahdollisimman homogeenisiksi. Kun ryhmät sisältävät eri tasoisia oppilaita, tapahtuu ryhmän sisällä opettamista ja tiedon jakamista. Ainoastaan laskutaidot eivät ole projektissa hyödyksi vaan projektissa käytetään taitoja monelta eri alalta. Lisäksi projektia ennen kannattaa selittää oppilaille, kuinka projekti arvostellaan ja miten projekti vaikuttaa matematiikan arvosanaan.

Yritysvierailun ohjeet on siirretty opettajan ohjeen alkuun. Yritysvierailun ajankohdaksi suositellaan joko projektin alkua tai keskivaihetta. Vierailun ajankohdassa on joustovaraa, jotta projektin ja vierailun suunnittelu opetuksen oheen on helpompaa. Jos vierailu suoritetaan projektin alussa, oppilaita voidaan yrittää motivoida projektiin vierailussa kerättyjen tietojen avulla. Vierailulla voidaan antaa vinkkejä myös projektin suorittamiseen. Paras vaihtoehto olisi käydä vierailulla kesken projektin, jolloin oppilaat olisivat päässeet tutustumaan etukäteen loogiseen ajatteluun ja algoritmien suunnitteluun. Tällöin vierailulla esitettävät tehtävät olisivat helpommin lähestyttäviä. Vierailu saattaisi myös motivoida oppilaita keskittymään projektiin.

Projektin ensimmäinen osa pelillinen ajattelu on muokattu vaikeammaksi. Koordinaatistoon on lisätty avaruusaluksen ja määränpään väliin useita planeettoja. Lisäksi on lisätty kokonaan uusi lisäkysymys. Lisäkysymyksessä suunnitellaan reittiä pisteeseen C, joka on x-akselin suuntaisen muurin takana. Muurista pääsee läpi vain yhdestä kohdasta, joka on asetettu y-akselin kokonaislukujen väliin. Suunnitellakseen reitin pisteeseen C ryhmien on saatava avaruusalus kahden kokonaisluvun väliin.

Taulukoiden käsittely koettiin erityisen vaikeaksi projektin testausvaiheessa. Oppilaat kokivat ohjeet että tehtävän epäselviksi. Toinen tehtävä pidettiin samanlaisena kuin projektin alussa, mutta suoritusta muutettiin. Alun perin tehtävässä tutkittiin alkuperäistä taulukkoa A ja päivitystietoja sisältävää taulukkoa B. Taulukoiden tietojen perusteella muodostettiin listoja tuotteista tuotteiden päivitysten mukaisesti.

Koska erilaisten listojen tekemistä pidettiin hankalana, muokattiin ohjetta niin, että oppilaat värittävät taulukoista rivejä sen mukaan, mitkä tuotteet päivittyvät, ovat uusia, poistuvat tai säilyvät samana.

Värityksen jälkeen oppilaat muodostavat taulukon, joka on taulukko A päivitettynä taulukon B tietojen mukaisesti. Tämän jälkeen oppilaita kannustetaan keskustelemaan ryhmän kesken, mitä toimintoja päivityksessä tehdään, missä järjestyksessä ne kannattaa suorittaa ja miksi. Keskustelun perusteella oppilaat suunnittelevat algoritmin.

Taulukoiden käsittelyssä algoritmin vaihtaminen toisen ryhmän kanssa ja alkuperäisen taulukon muokkaaminen toisen ryhmän algoritmin avulla säilytettiin. Nämä osiot säilytettiin, sillä algoritmin keksimisen lisäksi ryhmien on hyvä harjoitella toisten algoritmien lukemista ja käyttämistä. Toisten algoritmeista voi puuttua oleellisia asioita, joiden takia ne eivät toimi toivotusti. Toisen ryhmän algoritmista voi saada myös ideoita omansa muokkaamiseen.

Myös projektin tähän osaan on lisätty lisäkysymyksiä. Lisäkysymyksiin voi vastata, jos ryhmälle jää aikaa. Tässä osassa lisäkysymyksissä pohditaan, mitä muita tietoja taulukkoon varastoidaan kaupassa ja missä muualla taulukoita voidaan käyttää.

Projektin ohjelmoinnin osuuteen, jossa tutustutaan javascript-ohjelmointiin pelin avulla, on lisätty vinkkejä ohjelman käyttämisestä. Mikäli opettaja on ehtinyt tutustumaan peliin etukäteen, voidaan pelin toimintaa esitellä ensin yhteisesti. Lisäkysymykseksi tähän osioon on esitetty haaste rankan sarjan kokeilemisesta. Rankassa sarjassa ottelijaa täytyy ohjata javascrip-koodilla. Tässä osassa käytiin läpi ohjelman käyttämät käskyt sekä koodin toiminta, joita voi käyttää hyödyksi ohjelmoinnissa.

6.2.4 Tutkimuksen luotettavuus

Tutkimuksen luotettavuutta arvioidaan kehittämistutkimuksen mukaisesti. Kehittämistutkimuksen luotettavuutta on esitelty alaluvussa 3.4. Kehittämistutkimuksen analysoinnissa on käytetty sekä laadullista että määrällistä analyysia, jolloin kummankaan menetelmän ominainen luotettavuuden arviointi ei sovi.

Aineistoa kerättiin monella tapaa. Aineistoa kerättiin kyselylomakkeilla, havainnoimalla sekä opettajan haastattelulla. Muutokset projektiin tehtiin hyödyntäen kaikkia aineistoja. Näin voitiin olla varmoja, että tutkimus tukee tuotoksen muuttamisprosessia.

Aineiston koko tuotti vaikeuksia määrällisen analyysin kanssa. Testiryhmän loppukyselyyn vastanneiden oppilaiden määrän jäätyä pieneksi aineistoa oli vaikea analysoida. Lisäksi oppilaista vain osa antoi loppukyselyssä kirjallista palautetta projektin kehittämisestä. Aineisto ei välttämättä kata kaikkien oppilaiden mielipiteitä projektin kehittämisestä, mutta projektin kehittämiseen on käytetty myös muulla tavalla kerättyä aineistoa.

Aineisto ei ole laadullisesti kattava, sillä testiryhmän ja vertailuryhmän viimeisissä matematiikan arvosanoissa on suuri ero. Testiryhmän ja vertailuryhmän arvosanojen jakauman tulisi vastata toisiaan, jotta ryhmien vertaileminen olisi mielekästä. Jos vertailututkimus olisi suurempi, voitaisiin vertailuryhmästä valita testiryhmää vastaava otos, jolloin vertailu voisi tuottaa tuloksia. Kuitenkin tässä tilanteessa myös vertailuryhmä oli pieni, joten mielekkään otoksen ottaminen vertailuryhmästä ei onnistu.

Testiryhmän viimeisten matematiikan arvosanojen sijoittuessa välille $5-8$ ei voida sanoa testiryhmän kuvaavan koko yhdeksäsluokkalaisten perusjoukkoa. Testiryhmään ei kuitenkaan voinut vaikuttaa ennen tutkimusta ja osallistuneen luokan arvosanat tulivat selville vasta tutkimuksen analysoinnin alkaessa. Kuitenkin testiryhmältä saatiin tietoa projektin kehittämisestä. Projektin kehittämiselle olisi tärkeää tehdä jatkotutkimuksena uusia kehittämissyklejä erilaisilla testiryhmillä.

Tutkija vaikutti projektin etenemiseen luokkahuoneympäristössä. Opettaja jäi projektin aikana seuraajan asemaan, koska ei ollut ehtinyt valmistautua projektiin etukäteen. Projektiin osallistuminen ohjaajan näkökulmasta antoi erilaisia näkemyksiä projektin kehityksestä ja ongelmakohdista. Ryhmän osallistuminen saattoi poiketa tavallisesta projektityöskentelystä ja matematiikan tunnista, kun oma opettaja ei ohjannut työskentelyä. Projektia tulisi testata useammin, jotta tutkijan vaikutuksella ei olisi niin paljon vaikutusta tutkimuksen tuloksiin.

Tutkimuksessa syntyi tuotoksena projekti. Tutkimuksen mukaan projektilla ei ollut vaikutusta motivaatioon matematiikkaa kohtaan ja näkemyksiin matematiikan hyödyllisyydestä. Kuitenkin oppilaiden avoimien kysymysten vastauksien sekä opettajan näkemysten mukaan projektia voidaan pitää lupaavana. Projektin lupaavuutta tukee myös testiryhmän oppilaiden kyselytutkimusten tehtävien arvosanojen kehitys projektin aikana.

Tutkimusta voidaan pitää eettisesti hyväksyttävänä, kun tutkimuksen tekemisessä on noudatettu hyviä tieteellisiä käytäntöjä [20, s. 6–7]. Tutkimusta tehdessä, aineistoa kerätessä ja säilytettäessä on käytetty erityistä tarkkuutta ja huolellisuutta. Tutkimusaineisto on kerätty vertailuryhmältä nimettömästi. Testiryhmän kyselytutkimuksen kerättiin nimien kanssa, jotta oppilaiden vastaukset sekä alku- että loppukyselyyn voitiin yhdistää. Aineiston keräämisen jälkeen testiryhmän kyselyihin laitettiin tunnisteet (esimerkiksi ”tyttö 1”) ja nimet poistettiin kyselylomakkeista. Tutkimuksesta on raportoitu tieteellisten sääntöjen mukaisesti.

Tutkimuksen eettisyyteen kuuluu myös tutkimuslupien hoitaminen [20, s. 6–7]. Tutkimusluvat on haettu ja saatu tutkimukseen osallistuvien koulujen rehtoreilta sekä rehtorin vaatiessa myös kaupungilta. Tutkimuslupien lisäksi on jokaiselta tutkimukseen osallistuneen oppilaan huoltajalta kerätty lupa osallistua tutkimukseen.

7. YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014 otetaan käyttöön vuosiluokilla 7. – 9. vuosina 2017 – 2019. Opetussuunnitelman perusteet painottavat työelämän taitojen harjoittelua, yksin ja yhdessä työskentelemistä, ongelman ratkaisua, tavoitteiden asettamista sekä toiminnallisia työtapoja. Opetussuunnitelman perusteiden 2014 oppimisympäristöt, työtavat ja matematiikan tehtävä tukevat projektioppimista osana matematiikan opetusta.

Projektioppiminen on oppilaslähtöinen opetusmenetelmä, jossa tosielämään sijoittuvat projektit kehittävät matematiikan taitojen lisäksi vuorovaikutustaitoja, ongelmanratkaisua, vastuuta ja itsenäistä työskentelyä. Projektioppiminen on myös LUMA SUOMEN kehittämishanke, jolla halutaan osoittaa oppilaille matematiikan hyödyllisyys arjessa ja työelämässä.

Tämän diplomityön aikana kehitettiin kolme projektia yläkoulun matematiikan opetukseen. Projektit on kehitetty yhteistyössä yritysten kanssa, jotta oppilaat näkisivät, millaista matematiikkaa työelämässä käytetään. Työelämään sijoittuvat projektit osoittava oppilaille, miten matematiikan tietoja ja taitoja sovelletaan peruskoulun jälkeen. Projektit kehitettiin yhteistyössä Scanclimber Oy:n, Trestima Oy:n ja Reaktorin kanssa. Projektimateriaalit ovat opettajien vapaasti käytettävissä.

Reaktorin kanssa kehitetystä projektista tehtiin kehittämistutkimus. Kehittämistutkimus on tutkimusmenetelmä, jossa yhdistetään teoreettinen ja kokeellinen tutkimus. Tutkimuksen tavoitteena on luoda uusia toimintatapoja ja -malleja. Kehittämistutkimuksessa hyödynnetään sekä laadullisen että määrällisen tutkimuksen periaatteita. Diplomityössä kehittämistutkimuksen avulla kehitetty tuotos on Ohjelmointia yläkoululaisille-projekti.

Kehittämistutkimuksen toteutus on iteratiivinen prosessi. Kehittämistutkimus lähtee liikkeelle ongelman analysoinnista. Ongelman analysoinnin jälkeen kehitetään tuotos alkutietojen sekä tutkijan näkemysten perusteella. Kehittämisen jälkeen tuotosta kokeillaan käytännössä. Kokeilu analysoidaan ja arvioidaan, minkä jälkeen päivitetään alkuperäistä suunnitelmaa ja jatkokehitetään aiemmin kehitettyä tuotosta. Yksi tutkimus voi sisältää useamman kehityssyklin.

Diplomityössä tehty tutkimus lähti liikkeelle tarpeesta suunnitella projekteja yläkoulun matematiikan opetukseen. Projektien kehittäminen yhteistyössä yritysten kanssa on osa LUMA SUOMEN Projektioppiminen-hanketta. Projektien kehittämiselle saatiin taustatietoa yhteistyöyrityksistä ja varsinaisessa kehittämisvaiheessa luotiin projektit. Projektia, Ohjelmointia yläkoululaisille, kokeiltiin käytännössä osana matematiikan opetusta yhdessä helsinkiläisessä peruskoulussa 9.-luokalla. Kokeilun tulosten perusteella projektia jatkokehitettiin.

Tutkimukseen osallistui projektia käyttäneen ryhmän lisäksi vertailuryhmä, johon kuului kolme 9.-luokkaa ympäri Suomea, jotka eivät käyttäneet tätä projektia osana opetusta. Aineisto kerättiin kyselylomakkeilla, havainnoinnilla sekä projektiin osallistuneen opettajan haastattelulla. Projektin kehittämisen lisäksi tutkimuksessa tutkittiin, muuttuivatko testiryhmän motivaatio ja näkemykset matematiikan hyödyllisyydestä projektin aikana. Myös testiryhmän ja vertailuryhmän näkemyksiä motivaatiosta ja matematiikan hyödyllisyydestä verrattiin projektin jälkeen. Loogisen ajattelun kehitystä tutkittiin kyselylomakkeen tehtävän avulla.

Oppilaiden motivaatio tai näkemykset matematiikan hyödyllisyydestä eivät tutkimuksen mukaan muuttuneet projektin aikana. Muutosta ei välttämättä ehtinyt tapahtua näin lyhyessä ajassa. Oppilaat ovat kehittäneet käsityksiään matematiikasta koko peruskoulun ajan, mutta projekti oli osana matematiikan opetusta vain parin viikon ajan. Projektiin käytetty aika on hyvin lyhyt verrattuna monen vuoden oppimisprosessiin. Projektin vaikutukseen saattoi vaikuttaa myös tauko projektin aikana. Suunnitelman muuttuivat projektin aikana, eikä projektia voitu suorittaa peräkkäisillä oppitunneilla. Erilaisia tuloksia voitaisiin saada, jos projektin kesto olisi pidempi tai projektioppimista käytettäisiin jatkuvasti osana opetusta.

Testiryhmän loppukyselyn pieni otoskoko vaikutti testi- ja vertailuryhmän näkemyksien vertailuun. Kaikkia väittämiä ei pystytty analysoimaan pienen otoskoon takia. Testi- ja vertailuryhmien vastaukset erosivat toisistaan vain väittämän ”En pidä matematiikasta” kohdalla. Testiryhmän vastaukset painottuivat olemaan samaa mieltä väitteen kanssa, kun suurempi osa vertailuryhmän vastauksista oli eri mieltä tai täysin eri mieltä väitteen kanssa.

Testi- ja vertailuryhmän eroa voidaan selittää ryhmien arvosanojen erolla. Testi- ja vertailuryhmän viimeisemmän todistuksen matematiikan arvosanojen jakaumat ja keskiarvot erosivat toisistaan huomattavasti. Ryhmien vertaileminen ei ole mielekästä, kun ryhmät eivät vastaa toisiaan.

Testiryhmän kehitys on nähtävissä loogista ajattelua mittaavan tehtävän avulla. Testiryhmän tehtävän arvosanojen keskiarvo muuttui projektin aikana merkittävästi. Vertailuryhmän tehtävän keskiarvo oli parempi kuin testiryhmän, mutta tämä on selitettävissä ryhmien matematiikan arvosanojen erolla.

Laadullisen analyysin avulla tutkittiin, mikä motivoi matematiikan opiskeluun sekä miksi matematiikka koetaan ja ei koeta hyödylliseksi. Testi- ja vertailuryhmän vastauksissa esiintyi samoja teemoja. Ryhmien välillä esiintyvyydessä ei huomattu merkittäviä eroja, eivätkä testiryhmän vastaukset muuttuneet oleellisesti projektin aikana. Oppilaita motivoi matematiikan opiskeluun tulevaisuuden suunnitelmat sekä arvosanat. Oppilaat kokivat matematiikan myös hyödylliseksi tulevaisuuden opiskelun ja töiden kannalta. Lisäksi matematiikka koettiin hyödylliseksi arjessa. Kaksi teemaa nousi esiin, miksi matematiikkaa ei koeta hyödylliseksi. Suurin osa vastanneista oli sitä mieltä, että kaikki matematiikan osa-alueet eivät ole hyödyllisiä. Toisen teeman mukaan matematiikka on vaikeaa.

Vaikka määrällisessä analyysissa ei saatu juuri tuloksia, projektin kehittämistä varten saatiin paljon tietoa. Tutkimuksen mukaan projekti vaatii toimiakseen paremmin selkeämmät ja lyhyemmät ohjeet oppilaille sekä muutamia muutoksia projektin rakenteeseen. Projekti on jaettu kolmeen koulussa suoritettavaan osaan sekä yritysvierailuun. Projektin rakennetta muutettiin niin, että yritysvierailu siirrettiin projektin lopusta projektin alkuun tai keskelle. Vierailun ajankohdaksi suositeltiin joko projektin alkua tai keskivaihetta, koska ei voitu sano varmaksi kummassa ajankohdassa siitä saataisiin enemmän hyötyä. Vierailun ajankohdan määrittäminen tarkasti vaatisi enemmän tutkimusta. Toisaalta projektin suorittamisen ja vierailun kannalta on hyvä olla varaa joustaa, jotta sen toteuttaminen koulussa olisi helpompaa.

Jokaista projektin osaa muutettiin tutkimuksen perusteella. Projektin osia muutettiin vaikeammaksi, muutettiin kokonaan tehtävän rakennetta sekä lisättiin ja poistettiin ohjeita. Oppilaiden motivointia yritetään parantaa lyhyillä tehtävien esittelyillä. Opettajan ohjeeseen lisättiin vinkkejä sekä ohjeistusta tehtävien suorittamiseen. Lisäksi jokaiseen projektin osaan lisättiin lisätehtäviä, joita voidaan suorittaa, jos ryhmät ovat selvästi nopeampia kuin muut.

Projektia kannattaisi kehittää tulevaisuudessa lisää. Projekti on testattu vain yhdellä luokalla, jolloin muutokset ovat sidoksissa tämän ryhmän toimintaan. Projektin kehittämisessä otettiin huomioon eri tavalla kerätyt aineistot, mutta testiryhmä vaikuttaa silti projektin muutoksiin. Lisäksi tutkijan vaikutusta tutkimukseen, jos kehittämissyklejä tehtäisiin lisää. Tutkijan vaikutusta projektin kehittämiseen ei voida kokonaan poistaa, mutta vaikutus vähenisi useamman syklin myötä.

Tämän tutkimuksen nojalla voidaan sanoa, että kyseistä tutkimusta kannattaisi jatkokehittää kehittämistutkimuksen keinoin. Kehittämistutkimuksella saatiin selkeitä parannuskohteita ja nähtiin projektin toimivuus käytännössä. Myös diplomityön muita projekteja kannattaisi kehittää eteenpäin, että opettajille valmisteltu materiaali olisi mahdollisimman valmista ja helppoa ottaa käyttöön.

LÄHTEET

[1] J. M. Aarts, Plane and Solid Geometry, Springer, New York 2008, 349 p.

[2] R. A. Adams, Calculus: A Complete Course, 5th ed., Addison Wesley Longman, Toronto, 2003, 999 p.

[3] S. Alatupa, S. Hassinen, K. Hemmo-Ilvonen, T. Taskinen, T. Tolonen, M. Ekonen, Pitkä SIGMA 3 Geometria, Tammi, Helsinki, 2008, 206 s.

[4] T. Anderson, J. Shattuck, Design-Based Research: A Decade of Progress in Educational Research? Educational Researcher, Vol.41, No.1, 2012, pp. 16–25.

[5] S. Barab, K. Squire, Design-Based Research: Putting a Stake in the Ground, Journal of the Learnin Sciences, 13:1, 2004, pp. 1–14.

[6] P. Bell, C. M. Hoadley, M. C. Linn, Design-Based Research in Education, Internet Enviroments for Science Education, Mahwah, New Jersey, Lawrence Erlbaum, pp. 73-85.

[7] S. Bell, Project-based learning for the 21st century: Skills for the Future, The Clearing House, 83(2), 2010, pp. 39–43.

[8] P. Blumenfeld, E. Soloway, R. Marx, J. Krajcik, M. Guzdial, A. Palincsar, Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning, Educational Psychologist 26, 3–4, 1991, pp. 369–398.

[9] A. L. Brown, Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings, The Journal of the Learning Sciences, 2(2), 1992, pp. 141–178.

[10] A. Collins, D. Joseph, K. Bielaczyc, Design Research: Theoretical and Methodological Issues, Journal of the Learning Sciences, 13:1, 2004, pp. 15–42.

[11] C. Dede, If Design-Based Research is the Answer, What is the Question? A Commentary on Collins, Joseph, and Bielaczyc; diSessa and Cobb; and Fishman, Marx, Blumenthal, Krajcik, and Soloway in the JLS Special Issue on Design-Based Research, The Journal of the Learning Sciences, 13(1), 2004, pp. 105–115.

[12] The Design-Based Research Collective, Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry, Educational Researcher, 32, No. 1, 2003, pp. 5–8.

[13] D. C. Edelson, Design Research: What We Learn When We Engage in Design, The Journal of the Learning Sciences, 11(1), 2002, pp. 105–121.

[14] C. H. Edwards, D. E. Penney, Calculus Early Transcendentals, 7th ed., Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2008, 1147 p.

[15] R. Evans, J. Friedman, L. McGrath, P. Myers, A. Ruiz, Math Path: Encouraging Female Students in Mathematics Through Project-Based Learning, PRIMUS, 2017, 25 p.

[16] C. O. Fritz, P. E. Morris, J. J. Richler, Effect Size Estimates: Current Use, Calculations, and Interpretation, Journal of Experimental Psychology: General, Vol. 141, No. 1, 2012, pp. 2–18.

[17] I. Hirn, Yritysyhteistyöprojektin kehittämistutkimus perusopetuksen vuosiluokan 9 matematiikassa, diplomityö, Matematiikan laitos, Tampereen teknillinen yliopisto, 2016, 94 s.

[18] S. Hirsjärvi (toim.), Kasvatustieteen käsitteistö, Otava, Helsinki, 1983, 223 s.

[19] S. Hirjärvi, P. Remes, P. Sajavaara, Tutki ja kirjoita, 13. painos, Otavan Kirjapaino Oy, Keuruu, 2007, 448 s.

[20] Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkausepäilyjen käsitteleminen Suomessa, Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2012, 40 s.

[21] S. Jortikka, S. Kivelä, Tutkimusretkelle metsään, Metsäntutkimuslaitos, 68 s., Saatavissa (viitattu 14.1.2017): `http://www.metla.fi/julkaisut/muut/opetuspaketti/tutkimusretkelle.pdf`.

[22] K. Juuti, J. Lavonen, Design-Based Research ainedidaktisen tutkimuksen metodologisena lähestymistapana, Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008, Lapin yliopistopaino, Rovaniemi 2009, s. 157–180.

[23] K. Juuti, J. Lavonen, Design-Based Research in Science Education: One Step Toward Methodology, Nordic Studies in Science Education, Vol.2, No.2, 2006, pp. 54–68.

[24] W. H. Kilpatrick, The Project Method, Teachers College Record XIX, New York, 1918, pp. 319–335.

[25] S. K. Kivelä, Algebra ja Geometria, 2. painos, Karisto Oy, Hämeenlinna, 1989, 201 s.

[26] K. Komulainen, Yhdeksäsluokkalaisten matematiikkakuva, Pro gradu -tutkielma, Fysiikan ja matematiikan laitos, Itä-Suomen yliopisto, 2015, 43 s.

[27] Koodikoulu, verkkosivu saatavissa (viitattu 19.6.2017): `http://www.koodikoulu.fi/`

[28] J. Leino, The importance of project work in teaching mathematics, In J. Leino (ed.), Mathematics teaching through project work, Tampere, 1992, pp. 1–6.

[29] V.-P. Lifländer, Verkko-oppiminen, Yhteistoiminnallinen projektioppiminen verkossa, Edita, Helsinki, 1999, 77 s.

[30] LUMA SUOMI, Valtakunnallinen luonnontieteiden ja matematiikan esi- ja perusopetuksen kehittämisohjelma 2014–2019, LUMA-keskus Suomi, verkkosivu saatavissa (viitattu 22.6.2016): `http://luma.fi/suomi/`.

[31] K. Luosto, J. Railo, Geometria, Tampereen yliopisto, Informaatiotieteiden yksikkö, 2013, 57 s.

[32] M. Mansfield, C. O'Sullivan, Understanding Physics, John Wiley & Sons Ltd, Praxis Publishing Ltd, 1998, 755 s.

[33] T. Markham, J. Larmer, J. Ravitz, Project Based Learning Handbook, 2nd edition, the Buck Institute for Education, 2003, 179 p.

[34] J. Metsämuuronen, Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. 2. painos, International Methelp Ky, Jyväskylä, 2005 772 s.

[35] Mihin matematiikkaa työelämässä tarvitaan?, Teknologiateollisuus ry, verkkosivu saatavissa (viitattu 4.1.2017): `http://www.opetin.fi/wp-content/uploads/2013/10/mihin-matematiikkaa-tyoelamassa-tarvitaan.pdf`.

[36] N. Nachar, The Mann-Whitney U: A Test for Assessing Whether Two Independent Samples Come from the Same Distribution, Tutorials in Quantitative Methods for Psychology, vol. 4(1), 2008, pp. 13–20.

[37] P. Ng Chin Leong, Promoting Problem-Based Learning Through Collaborative Writing, The English Teacher, Vol. XXXVII, 2008, pp. 49–60.

[38] L. Nummenmaa, Efektikoko psykologisessa tutkimuksessa, Psykologia, 5-6, 2005, s. 559–567.

[39] L. Nummenmaa, Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät, Tammi, Vammala, 2004, 400 s.

[40] T. Nummenmaa, R. Konttinen, J. Kuusinen, E. Leskinen, tutkimusaineiston analyysi, 1. painos, WSOY, 1997, 397 s.

[41] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, verkkosivu saatavissa (viitattu 20.6.2016): `http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf`.

[42] A. Papoulis, Probability & Statistics, Prentice-Hall International, Inc., USA, 1990, 454 s.

[43] L. Pehkonen, Projektiopiskelu koulussa, Kasvatus 24/3, 1993, s. 259–265.

[44] L. Pehkonen, Täydestä sydämestä ja tarkoituksella: Projektityöskentelyn käsitteellistä viitekehystä jäljittämässä, Helsingin yliopiston kasvatustieteen tutkimuksia 171, Helsinki, 2001, 169 s.

[45] J. Pernaa (toim.), Kehittämistutkimus opetusalalla, 1. painos, Opetus 2000, PS-kustannus, Jyväskylä, 2013, 226 s.

[46] J. Pernaa, Kehittämistutkimus: Tieto- ja viestintätekniikkaa kemian opetukseen, Kemian opettajankoulutusyksikön väitöskirjat, Yliopistopaino Helsinki, Helsinki, 2011, 150 s.

[47] Puustontilavuuden määrittäminen relaskoopin ja kepin avulla, Puuntuottaja - raha on paras metsäneuvoja, verkkosivu saatavissa (viitattu 14.1.2017): `http://www.puuntuottaja.com/puustontilavuuden-maarittaminen-relaskoopin-ja-kepin-avulla/`.

[48] T. Raatikainen, Eheyttämisen historiaa, Teoksessa R. Laukkanen, E. Piippo ja A. Salonen (toim.), Ehyesti elävä koulu, Kohti kokonaisvaltaista oppimista, VAPK-kustannus, Helsinki, 1990, s. 15–25.

[49] B. Rammstedt, O. P. John, Measuring personality in one minute or less: A 10-item short version of the Big Five Inventory in English and German, Journal of Research in Personality, 41, 2007, pp. 203–212.

[50] E. Ranta, H. Rita, J. Kouki, Biometria Tilastotiedettä ekologeille, Yliopistopaino, Helsinki, 1989, 569 s.

[51] A. Ranta-Nilkku, Projektioppiminen yläkoulun matematiikan opetuksessa, Pro-gradu tutkielma, Fysiikan ja matematiikan laitos, Itä-Suomen yliopisto, 2015, 80 s.

[52] Reaktor, verkkosivu saatavissa (viitattu 19.6.2017): `https://www.reaktor.com/`.

[53] E. Rosenberg, Geometria, Limes ry, Helsinki, 1983, 379 s.

[54] T. Rouvinen, Kuvia metsästä, Metsätieteen aikakauskirja, No. 2, 2014, s. 119–122.

[55] J. Salminen, Oulunsalon vesitorni, 17.9.2008, Scanclimber Oy.

[56] J. Salminen, Projektioppiminen matematiikassa liikunnallisilla projekteilla, diplomityö, Matematiikan laitos, Tampereen teknillinen yliopisto, 2016, 118 s.

[57] Scanclimber Oy, verkkosivu saatavissa viitattu (30.11.2016): `http://scanclimber.com/company/about-us`.

[58] Tampereen LUMATE-keskus, Projektipankki – Projektipohjainen opetus matematiikassa, Materiaalipankki, verkkosivu saatavissa (viitattu 4.1.2017): `https://www.lumate.fi/materiaalipankki/`.

[59] Teema: Metsäekosysteemi, Suomen Metsäyhdistys ry, verkkosivu saatavissa (viitattu 17.1.2017): `http://www.smy.fi/opeta-opi/oppimiskokonaisuudet/metsaekosysteemi/`.

[60] Trestima Oy, verkkosivu saatavissa (viitattu 14.1.2017): `https://www.trestima.com/`.

[61] J. Tuomi, A. Sarajärvi, Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi, 1.–3. painos, Kustannusosakeyhtiö Tammi, Jyväskylä, 2004, 159 s.

[62] R. Valli, Johdatus tilastolliseen tutkimukseen, PS-kustannus, Jyväskylä, 2001, 118 s.

[63] D. Varberg, E. J. Purcell, S. E. Rigdon, Calculus, 9th ed., Pearson Prentice Hall, 2009, 774 p.

[64] P. Vesterinen, Projektiopiskelu ja -oppiminen ammattikorkeakoulussa, Jyväskylän Yliopisto, 2001, 257 s.

[65] H. Vilkka, Tutki ja mittaa, Määrällisen tutkimuksen perusteet, Tammi, Helsinki, 2007, 189 s.

[66] E. Viro, Projektioppiminen perusopetuksen vuosiluokkien 7–9 matematiikan opetuksessa, diplomityö, Matematiikan laitos, Tampereen teknillinen yliopisto, 2015, 123 s.

A. MASTOLAVOJEN MATEMATIIKKAA, OPETTAJAN OHJE

OPETTAJAN OHJE

Mastolavojen matematiikkaa, Scanclimber Oy

Kohderyhmä: 8. - 9. -luokka
Esitiedot: Ympyrän tasogeometria, kulman suuruus, nopeuden yhtälö
Taustalla oleva matematiikka: Ympyrän sektori ja jänne, sanallisen yhtälön muodostaminen ja ratkaisu, nopeuden yhtälö
Ajankäyttö: 4 h projektityöskentelyyn, 1h esittelyyn ja keskusteluun
Opetustilat: Oma luokka

Tavoitteet:
Projektin tavoitteena on tutustuttaa oppilaat mastolavojen matematiikkaan. Suunnittelu- ja myyntityössä tarvitaan paljon myös fysiikan perustaitoja.

Kuvaus projektista:
Projektissa on tarkoitus tehdä suunnitelma mastolavojen käytöstä vesitornin kunnostusprojektissa. Projektin lopussa ryhmät esittävät omat ratkaisunsa vesitornin kunnostukseksi. Opettaja jakaa luokan 3 hengen ryhmiin. Ryhmille jaetaan käytettäväksi 3, 4, 5 tai 6 mastolavaa. Ryhmät tekevät projektin aikana posteria, jonka avulla projekti esitellään lopuksi.

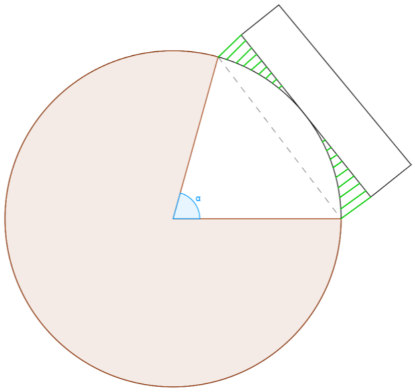
Kuva 1: Mastolavoja vesitornin ympärillä [1]

Tärkeintä ei ole oikeat vastaukset vaan oppilaiden kiinnostus ja yritys. Laskuissa tapahtuneita virheitä voidaan arvioida ja pohtia lopussa yhdessä, kun jokainen on pitänyt oman myyntipuheensa. Opettaja voi kuitenkin ohjata ryhmiä oikeaan ratkaisuun vinkkien avulla. Oikeat vastaukset jokaiselle mastolavamäärälle on esitetty liitteessä 1. Vastauksien ohesta löytyy myös vinkki jänteen pituuden laskemiseen, joka voidaan käydä yhdessä koko luokan kanssa läpi.

Mastolavojen asettelu

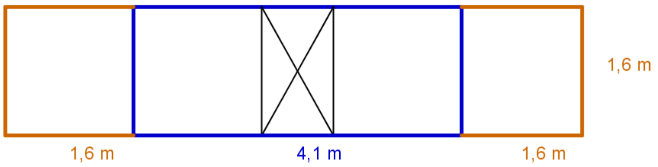
Oppilaat suunnittelevat ja piirtävät, miten asettelevat mastolavat vesitornin ympärille. Lavoilta tulee olla pääsy jokaiseen kohtaan vesitornin ympärillä. Mallikuva on esitetty kuvassa 2.

1. Oppilaat piirtävät vesitornin ylhäältä päin katsottuna. Vesitorni on ylhäältä katsottuna ympyrä. Ympyrä jaetaan niin moneen saman kokoiseen sektoriin kuin mastolavoja on käytettävissä. Kuinka monta astetta yksi sektori on?
2. Lavan pituus on sama kuin sektorin jänteen pituus. Oppilaat laskevat tarvittavan lavan pituuden, kun vesitornin halkaisija on 19,5 metriä.



Kuva 2: Mallikuva mastolavan sijoittelusta.

3. Lava koostuu peruslavasta, joka on mastossa kiinni, sekä peruslavan molemmille puolille lisättävistä lavajaksoista. Peruslavan pituus on 4,1 metriä ja yhden lavajakson 1,6 metriä. Oppilaat ratkaisevat, kuinka monta lavajaksoa tarvitaan, jotta lava olisi riittävän pitkä. Esimerkki kuvassa peruslava on esitetty sinisellä, jonka keskelle on merkitty masto, ja lavajaksot ruskealla.



Kuva 3: Lava ylhäältä päin kuvattuna. Peruslava esitetty sinisenä ja lavajaksot ruskealla.

4. Lavajaksojen tulee olla tasapainossa peruslavan molemmilla puolilla. Jos lavajaksoja tarvitaan pariton määrä, täytyy vajaaksi jäävän puolen lavalle laittaa lisäpaino, joka on yhtä painava kuin vastakkaisella puolella oleva lavajakso. Vajaalle puolelle piirretään lisäpaino.
5. Mastolavan ja vesitornin väliin jäävään alueeseen asetetaan ulokkeet, jotta koko lavan matkalta voidaan työskennellä vesitornissa kiinni. Ulokkeet piirretään kuvaan näkyviin. Mallikuvassa 2 ulokkeet on esitetty vihreällä katkoviivalla.
6. Oppilaat ratkaisevat, kuinka monta mastojaksoa tarvitaan yhteen mastolavaan. Lava liikkuu pystysuunnassa lavan keskellä olevan maston avulla. Masto alkaa 1 metrin korkeudelta maan pinnasta. Maston tulee olla 2,5 metriä korkeampi kuin vesitorni, jotta lavakorkeus olisi vesitornin huipun kohdalla. Masto koostuu pienemmistä mastojaksoista, joiden korkeus on 1,25 metriä. Vesitorni on 38 metriä korkea. (Vastaus: 32 mastojaksoa yhteen mastolavaan)

Lavan kantavuus

Oppilaat piirtävät lavan ylhäältä päin katsottuna. Lava on leveydeltään 1,6 metriä ja lavan pituus määräytyy lavajaksojen määrän mukaisesti. Peruslava on 4,1 metriä pitkä. Keskelle peruslavaa tulee masto, jolloin maston molemmille puolille jää 1,6 metriä lastaustilaa. Lasketaan, kuinka paljon yhden lavan kantavuus on.

1. Oppilaat laskevat peruslavan ympärille lisättyjen lavajaksojen massat yhteen, kun yhden lavajakson massa on 158 kilogrammaa. Laske tähän summaan myös mahdollinen lisäpaino, jonka massa on yhtä suuri kuin yhden lavajakson.
2. Lavan ja vesitornin väliin jäävän ulokkeen massa riippuu siitä, kuinka pitkä lava yhdessä mastolavassa on. Mitä useampi mastolava on käytössä, sitä pienemmät ulokkeet tarvitaan. Oppilaat tutkivat taulukosta 1 tarvittavan ulokkeen massan.

OPETTAJAN OHJE

Taulukko 1: Lavan ja vesitornin väliin jäävien ulokkeiden massat

Mastolavojen määrä vesitornin ympärillä	Lavan ja vesitornin väliin jäävän ulokkeen massa (kg)
6	80
5	120
4	160
3	200

3. Peruslavan kantavuus on 2700 kg. Oppilaat ratkaisevat, kuinka paljon mastolavan kantavuus on, kun peruslavan kantavuudesta vähennetään lavajaksojen ja ulokkeiden massat sekä lavaa käyttävien henkilöiden massa. Mastolavan kantavuuden henkilövähennykseksi lasketaan aina 320 kilogrammaa (3 henkilöä).

Kuljetuksen kesto

Tässä osassa lasketaan, kuinka kauan mastolavoja tarvitaan kunnostusprojektia varten.

Tavaraa siirrettäessä materiaali on lastattava maanpinnalla lavalle, nostettava vesitornin huipulle ja asennettava ylhäällä. Tavaran lastaukseen maanpinnalta lavalle kuluu 45 minuuttia ja tavaran asentamisessa lavalta vesitorniin tarvitaan 1 tunti ja 20 minuuttia. Lava liikkuu nopeudella 7 m/min. Lava liikkuu samalla nopeudella lastattuna ylös ja tyhjänä alas.

1. Kuinka monta minuuttia mastolavalla kestää liikkua maanpinnalta ylös? Vesitornin korkeus oli 38 metriä.
2. Kuinka monta minuuttia kuluu yhteen nostoon eli lastauksesta siihen asti, kun lava on taas maanpinnalla? (Oikea vastaus: noin 136 minuuttia)
3. Koko vesitornin remonttia varten tarvittavaa materiaalia on 310 000 kg. Aiemmin tutkitun kantavuuden avulla selvitetään, kuinka monta nostoa tämän materiaalin kuljetus vaatii.
4. Kuinka kauan tämän määrän nostaminen vesitorniin kestää minuuteissa? Ottakaa huomioon, kuinka monta mastolavaa teillä on samaan aikaan käytössä.
5. Päivässä töitä tehdään 7 tuntia ja 15 minuuttia. Kuinka monta päivää tavaroiden nostamiseen kuluu? (työpäivässä on 435 minuuttia)

Laitteiden hinta

Suunnitteluvaiheessa täytyy tutkia myös laitteiden kustannuksia. Jokainen ryhmä laskee, kuinka paljon heidän suunnittelemansa ratkaisu maksaa. Taulukossa 2 on laitteiden osien hintoja. Jokaiseen mastolavaan tarvitaan yksi alusta.

Taulukko 2: Mastolavan osien hintoja

Osa	**Hinta (k€)**
Alusta	25
Peruslava (sis. laite)	57
Lavajakso	3
Mastojakso	1

Vertailu

Jokainen ryhmä esittelee luokalle suunnittelemansa ratkaisun. Jos useampi ryhmä on tehnyt suunnitelman samalla määrällä mastolavoja, esiteltävät osuudet jaetaan ryhmien kesken. Esittelyssä on esitettävä ainakin ratkaisu, miten lavat jaetaan vesitornin ympärille, miltä yhden maston lava näyttää, kuinka paljon on yhden lavan kantavuus, kuinka monta työpäivää remonttiin kuluu tällä ratkaisulla ja kuinka paljon suunnitelma tulee maksamaan.

Esittelyiden jälkeen luokassa keskustellaan opettajan johdolla parhaasta ratkaisusta.

Yritysvierailu

Yritysvierailu voidaan sopia osaksi projektin suorittamista varten. Yritysvierailulle voidaan ottaa mukaan valmistuneet posterit ja esitellä ne yrityksen esittelijälle. Sopiaksesi yritysvierailun ota yhteyttä yritykseen sähköpostilla (marketing@scanclimber.com).

Arviointi:

Projektin arvioinnissa huomioidaan ryhmätyöskentely, projektiin osallistuminen, sen esittely sekä projektin aikana valmistuva posteri tai muu tuotos, jolla projekti lopulta esitellään.

Lähteet:

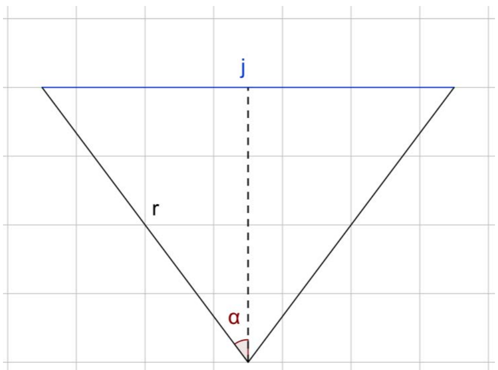
[1] J. Salminen, Oulunsalon vesitorni, 17.9.2008, Scanclimber Oy.

OPETTAJAN OHJE

Liite 1: Projektin oikeat vastaukset

Mastolavojen määrä	**3**	**4**	**5**	**6**
Sektorit (°)	120	90	72	60
Lavan pituus (m)	16,9	13,8	11,5	9,75
Lavajaksoja yhdessä mastolavassa (kpl)	8	6	5 Pariton, lisäpaino!	4
Mastojaksoja kaikissa mastolavoissa yhteensä (kpl)	96	128	160	192
Kantavuus (kg)	916	1272	1312	1668
Kokonaisuudessaan tarvittavien nostojen määrä (kpl)	339	244	237	186
Nostojen kesto yhteensä (min) (Tässä on huomioitu mastolavojen määrä)	15 368	8 296	6 446	4 216
Työpäiviä remonttiin (kpl)	36	20	15	10
Hinta (k€)	414	528	645	756

<u>Jänteen pituuden laskeminen</u>



Kuvassa jännettä on merkitty kirjaimella j, vesitornin sädettä kirjaimella r ja sektorin puolikasta α. Jänne voidaan ratkaista käyttämällä trigonometrisia funktioita seuraavasti

$$\sin(\alpha) = \frac{j/2}{r}.$$

Tästä ratkaistuna jänteen pituus on

$$j = 2r\sin(\alpha).$$

B. MASTOLAVOJEN MATEMATIIKKAA, OPPILAIDEN OHJE

OPPILAIDEN OHJEET

Mastolavojen matematiikkaa -projekti

Projektin tarkoituksena on myydä asiakasyritykselle mastolavoja vesitornin kunnostusprojektiin.

- Luokka jakautuu 3-4 hengen ryhmiin.
- Projektista arvioidaan ryhmätyöskentely, projektin aikana tehtävä posteri ja sen esittely.
- Opettaja jakaa ryhmille käytettäväksi 3, 4, 5 tai 6 mastolavaa.
- Valmistakaa projektin edetessä posteria, jonka avulla esittelette myyntiehdotuksenne asiakkaalle projektin lopussa.
- **Posterin tulee sisältää ainakin:**
  - Kuva mastolavojen asettelusta vesitornin ympärille.
  - Kuva yhdestä lavasta ylhäältä päin katsottuna.
  - Kuinka monta työpäivää remonttiin kuluu tällä ratkaisulla.
  - Kuinka paljon suunnitelman toteutus maksaa.

PERUSTIETOJA
Vesitornin halkaisija = 19,5 m
Vesitornin korkeus = 38 m
Peruslavan pituus = 4,8 m
Lavajakson pituus = 1,6 m
Lavajakson massa = 158 kg
Mastojakson korkeus = 1,25 m
Lavan nopeus = 7 m/min

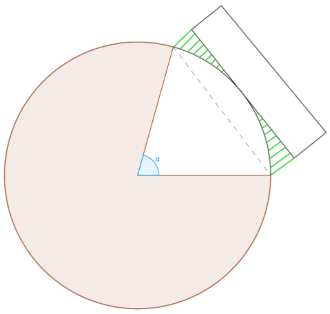
Kuva 1: Mastolavoja vesitornin ympärillä

OPPILAIDEN OHJEET

A. Mastolavojen asettelu

Piirtäkää vesitorni ylhäältä päin katsottuna ympyränä. Mastolavat piirretään vesitornin ympärille ohjeiden mukaan niin, että lavoilta on pääsy jokaiseen kohtaan vesitornin ulkopuolella.

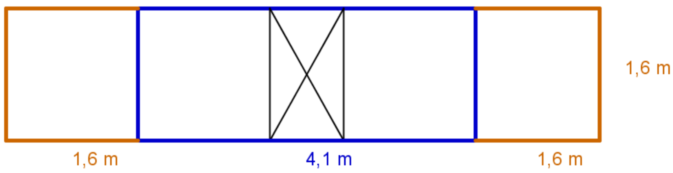
1. Jakakaa ympyrä yhtä moneen sektoriin kuin lavoja on käytettävissä. **Kuinka monta astetta yksi sektori on?**
2. Lavan pituus on sama kuin sektorin jänteen pituus**. Laskekaa sektorin jänteen pituus.** Katso kuva 2. (Vinkki: jakakaa sektorin kulman ja jänteen rajaama kolmio kahdeksi yhtä suureksi suorakulmaiseksi kolmioksi. Ratkaiskaa suorakulmaisen kolmion avulla puolikkaan jänteen pituus.)



Kuva 2: Vesitorni ja lava ylhäältä päin kuvattuna.

3. Lava koostuu:
   - peruslavasta, joka on mastossa kiinni (kuvassa 3 sinisellä).
   - peruslavan molemmille puolille lisättävistä lavajaksoista (kuvassa 3 ruskealla).

   Peruslavan pituus on 4,1 metriä ja yhden lavajakson 1,6 metriä.
   Kuinka monta lavajaksoa tarvitset yhteensä, jotta lava olisi riittävän pitkä? Piirrä.



Kuva 3: Lava ylhäältä päin kuvattuna. Peruslava sinisellä ja lavajaksot ruskealla. Masto merkitty rastilla.

4. **Jos lavajaksoja tarvitaan pariton määrä**, täytyy vajaaksi jäävän puolen lavalle laittaa lisäpaino, joka on yhtä painava kuin vastakkaisella puolella oleva lavajakso. Vajaalle puolelle piirretään lisäpaino.

5. Mastolavan ja vesitornin väliin jäävälle alueelle asetetaan ulokkeet, jotta koko lavan matkalta voidaan työskennellä vesitornissa kiinni. **Piirrä ulokkeet kuvaan näkyviin** (mallikuvassa 2 esitetty vihreällä viivalla).
6. Lava liikkuu pystysuunnassa lavan keskellä olevan maston avulla.
   - Masto alkaa 1 metrin korkeudelta maan pinnasta.
   - Maston tulee olla 2,5 metriä korkeampi kuin vesitorni, jotta lavalta voidaan työskennellä vesitornin huipun kohdalla.
   - Masto koostuu pienemmistä mastojaksoista, joiden korkeus on 1,25 metriä.
   - Vesitorni on 38 metriä korkea.

   Kuinka monta mastojaksoa tarvitaan yhteen mastolavaan? (Vinkki: Piirrä masto ja vesitorni, merkitse kuvaan tarvittavat mitat.)

B. Mastolavan kantavuus

Kohdassa A on piirretty yksi lava ylhäältä päin. Ratkaistaan ohjeiden mukaan, **kuinka paljon yhden lavan kantavuus on.**

1. **Laske peruslavan ympärille lisättyjen lavajaksojen massat yhteen**, kun yhden lavajakson massa on 158 kilogrammaa. Laske tähän summaan myös mahdollinen lisäpaino, jonka massa on yhtä suuri kuin yhden lavajakson.
2. Lavan ja vesitornin väliin jäävän ulokkeen massa riippuu siitä, kuinka monta mastolavaa on käytössä. Mitä useampi mastolava on käytössä, sitä pienemmät ulokkeet tarvitaan. **Lue taulukosta 1 tarvittavan ulokkeen massa.**

Taulukko 1: Lavan ja vesitornin väliin jäävien ulokkeiden massat

Mastolavojen määrä vesitornin ympärillä	Lavan ja vesitornin väliin jäävän ulokkeen massa (kg)
6	80
5	120
4	160
3	200

3. **Laske, kuinka paljon mastolavan kantavuus on, kun peruslavan kantavuudesta vähennetään lavajaksojen ja ulokkeiden massat sekä lavaa käyttävien henkilöiden massa.**
   - Peruslavan kantavuus on 2700 kg.
   - Mastolavan kantavuuden henkilövähennys on 320 kg (3 henkilöä).

C. Kuljetuksen kesto

Tässä osassa selvitetään, kuinka kauan mastolavoja tarvitaan kunnostusprojektia varten.

Tavaraa siirtäessä materiaali on lastattava maanpinnalla lavalle, nostettava vesitornin huipulle ja asennettava ylhäällä.

- Tavaran lastaukseen maanpinnalta lavalle kuluu 45 minuuttia.
- Asennus lavalta vesitorniin kestää 1 tunti ja 20 minuuttia.
- Lava liikkuu nopeudella 7 m/min. (Lava liikkuu samalla nopeudella lastattuna ylös ja tyhjänä alas.)

1. **Kuinka monta minuuttia mastolavalla kestää liikkua maanpinnalta ylös?**
2. **Kuinka monta minuuttia kuluu yhteen nostoon** eli lastauksesta siihen asti, kun lava on taas maanpinnalla?
3. Koko vesitornin remonttia varten tarvittavaa materiaalia on 310 000 kg. **Kuinka monta nostoa tämän materiaalin kuljetus vaatii?** (Vinkki: kohdassa B ratkaistu kantavuus.)
4. **Kuinka kauan tämän määrän nostaminen vesitorniin kestää minuuteissa?** Ottakaa huomioon, kuinka monta mastolavaa teillä on samaan aikaan käytössä.
5. Päivässä töitä tehdään 7 tuntia ja 15 minuuttia. **Kuinka monta päivää tavaroiden nostamiseen kuluu?**

D. Laitteiden hinta

Asiakkaalle ratkaiseva tekijä on myös laitteiden kustannukset. **Laskekaa taulukon 2 hintojen avulla koko suunnitelmanne hinta.** Jokaiseen mastolavaan tarvitaan yksi alusta.

(Vinkki: Laskekaa ensin yhden laitteen kustannukset ja sen jälkeen koko projektin kustannus.)

Taulukko 2: Mastolavan osien hintoja

Osa	Hinta (k€)
Alusta	25
Peruslava (sis. laite)	57
Lavajakso	3
Mastojakso	1

E. Vertailu

Opettajan johdolla **jokainen ryhmä esittelee luokalle suunnittelemansa ratkaisun. Esittelyssä tulee olla ainakin:**

- Kuva mastolavojen asettelusta vesitornin ympärille.
- Kuva yhdestä lavasta ylhäältä päin katsottuna.
- Kuinka monta työpäivää remonttiin kuluu tällä ratkaisulla.
- Kuinka paljon suunnitelman toteutus maksaa.

Esityksen jälkeen palauttakaa opettajalle suunnittelemanne posteri.

C. PUUSTON MITTAUS-PROJEKTI, OPETTAJAN OHJE

Trestima Oy, Puuston mittauksia

Kohderyhmä: 9-luokka
Esitiedot: ympyrä, ympyrän piiri, halkaisija ja pinta-ala, lieriön tilavuus, yhdenmuotoisuus, yksikkömuunnokset
Taustalla oleva matematiikka: yhdenmuotoisuus, muotojen pinta-alat ja tilavuudet
Ajankäyttö: Puuston mittaamiseen tutustuminen 3 h, mittaukset 1 h, mittausten analysointi 2 h, yritykseen tutustuminen 1h
Opetustilat: Oma luokka, tietokoneluokka, koulun piha

Tavoitteet:
Projektissa tutustutaan puuston mittaukseen. Projekti osoittaa oppilaille, miten erilaista matematiikkaa hyödynnetään työelämässä. Projektin lopussa tutustutaan yritykseen, joka on kehittänyt puustoa mittaavan mobiilisovelluksen.

Kuvaus projektista:
Opettaja jakaa luokan noin 3 hengen ryhmiin. Ryhmät tutustuvat puuston mittaamiseen internetin avulla, minkä jälkeen käydään mittaamassa yhden puun ympärysmitta, korkeus sekä mahdollisuuksien mukaan puuston pohjapinta-ala relaskoopilla. Ryhmät valmistavat puuston mittauksesta ja mittausten analysoinnista tuotoksen haluamassaan muodossa, joka voi olla esimerkiksi posteri tai word-dokumentti.

Lopuksi tutustutaan Trestima Oy:hyn virtuaalivierailun avulla.

A. Puuston mittaukseen tutustuminen:

Tarvittavat välineet: tietokoneet, kyniä, saksia, paperia, kovaa pahvia, narua tai paksumpaa lankaa.

Oppilaat tutustuvat puuston mittaukseen internetissä ja vastaavat esitettyihin kysymyksiin. Vastaukset kirjoitetaan ylös.

Hyviä verkkosivuja:

http://virtuoosi.pkky.fi/metsaverkko/metsan_mittaus/mittaus_aloitussivu.htm
https://frantic.s3.amazonaws.com/smy/2014/10/Mets%C3%A4nmittausohjeet.pdf

Rungon poikkileikkauspinta-ala, g

Puun ympärysmitta mitataan 1,3 metriä ylintä juurenniskaa korkeammalta. **Oletetaan puun poikkileikkaus ympyrän muotoiseksi.**

OPETTAJAN OHJE

1. Kun puun ympärysmitta tiedetään, miten lasketaan puun halkaisija, d? Piirrä tilanteesta kuva.
2. Entä rungon poikkileikkauspinta-ala, g? Merkitse poikkileikkauspinta-ala samaan kuvaan.

Puun korkeus

Tutustu puun korkeuden mittaamiseen

3. keppimenetelmällä
4. sekä kaatomenetelmällä.

Kirjoita ohjeet molemmista mittausmenetelmistä.

Puun tilavuus

Arvioidaan puun tilavuutta **lieriön tilavuutena**.

5. Miten puun tilavuus lasketaan?
   (Vinkki: Käytetään tilavuuden arvioinnissa hyväksi kohdassa 2 laskettua rungon poikkileikkauspinta-alaa.)
6. Tilavuutta voidaan arvioida myös liitteessä A olevien taulukoiden avulla. Mitä tietoja tilavuuden arvioimiseen taulukon avulla tarvitaan?

Pohjapinta-alan mittaus relaskoopilla

Tutustutaan relaskoopin toimintaperiaatteeseen.

7. Mitä relaskoopilla mitataan?
8. Mitkä ovat relaskoopin osat?
9. Jos relaskoopin hahlon leveys on x, kuinka pitkä relaskoopin varsi on?
10. Miten mittaus relaskoopilla suoritetaan?
11. Tee relaskooppi käyttäen pahvia ja narua. Suunnittele, kuinka leveän hahlon ja kuinka pitkän varren teet.

Puuston kuutiomäärä

12. Mitä puuston kuutiomäärä tarkoittaa?
13. Puuston kuutiomäärä voidaan tutkia liitteessä B olevasta taulukosta. Mitä tietoja taulukon lukemista varten tarvitaan?
14. Kuinka taulukkoa luetaan?

Lisäkysymyksiä

15. Miksi metsää mitataan?
16. Kuka tarvitsee tietoja metsän mittauksesta?

OPETTAJAN OHJE

B. Mittaus

Tarvittavat välineet: Mittanauha, valmistettu relaskooppi.

Oppilaat käyvät koulun piha-alueella tai läheisessä metsikössä mittaamassa yhden puun ympärysmitan, korkeuden sekä mahdollisuuksien mukaan puuston pohjapinta-alan relaskoopilla. Pohjapinta-alan mittaamiseen tarvitaan pieni metsikkö.

- Valitkaa mitattavaksi puuksi mänty tai kuusi. Mitatkaa puun ympärysmitta ja puunkorkeus.
- Etsikää sopiva tasainen metsikkö, jossa puuston pohjapinta-alaa voidaan mitata. Mitatkaa relaskoopilla puuston pohjapinta-ala.

C. Mittausten analysointi

Tarvittavat välineet: Laskin, kyniä, paperia

Oppilaat analysoivat mitattuja tuloksia käyttäen apunaan aiemmin internetistä etsittyä tietoa.

a) Laskekaa puun poikkileikkauspinta-ala ympärysmitan avulla. Antakaa vastaus yksikössä cm^2.
b) Laskekaa puun tilavuus.
c) Arvioikaa puun tilavuus runkotilavuustaulukon avulla. Runkotilavuustaulukot kuuselle ja männylle liitteessä A.
d) Verratkaa laskemalla saatua tilavuutta puun tilavuustaulukon avulla arvioituun tilavuuteen. Heittävätkö arvot paljon? Miksi?
e) Mikä on relaskoopilla saatu pohjapinta-ala (m^2/ha)?
f) Tutkikaa liitteessä B olevasta taulukosta puuston kuutiomäärä kuorineen (m^3/ha).
g) Pohtikaa, millaisia virheitä mittauksessa on voinut tulla.

Lisätehtäviä

h) Puun pinnalla on kuori, joka poistetaan ennen puun hyödyntämistä. Mikä on puun poikkileikkauspinta-ala, kun puusta on poistettu kuori? Oletetaan kuusen kuoren paksuudeksi 6 mm ja männyn 7 mm. Piirtäkää kuva, jossa kuori on erotettu.
i) Ennen puun hyödyntämistä puusta poistetaan latva. Puusta poistetaan latvaa 3 metriä. Mikä on puun korkeus latvan poistamisen jälkeen?
j) Laskekaa puun tilavuus, kun puusta on poistettu sekä kuori että latva.

D. Tutustuminen Trestima Oy:hyn

Tutustutaan yritykseen virtuaalivierailun avulla. Virtuaalivierailun video löytyy Projektioppiminen-hankkeen verkkosivuilta.

OPETTAJAN OHJE

Arviointi:
Projektin arvioinnissa voidaan huomioida ryhmätyöskentely, projektiin osallistuminen sekä projektissa valmistuva tuotos.

VINKKEJÄ!

- Projektin voi jakaa osiin internetissä tutustumiseen, mittauksiin, mittausten analysointiin ja yritykseen tutustumiseen.
- Huomioi kuitenkin, että ennen mittauksia tulee muistaa mieleen, kuinka mittaukset suoritetaan.
- Jos projekti jaetaan osiin, voi oppilaille jakaa ohjeet erikseen myös osiin A, B ja C. Liitteitä tarvitaan kohdissa A ja C.
- Jos käytettävissä ei ole puuston pohjapinta-alan mittaukseen sopivaa pientä metsikköä, voi opettaja antaa valmiit tulokset laskuja varten tai voidaan hyödyntää internetistä valmiiksi löytyviä kuvia (esimerkiksi: http://virtuoosi.pkky.fi/metsaverkko/metsan_mittaus/relaskooppiarviointi/relaskooppiarviointi.htm). Tässä tapauksessa oman relaskoopin valmistaminen ei välttämättä ole mielekästä.

Lähteet:

[1] S. Jortikka, S. Kivelä, Tutkimusretkelle metsään, Metsäntutkimuslaitos, 68 s. Saatavissa (viitattu 14.1.2017): http://www.metla.fi/julkaisut/muut/opetuspaketti/tutkimusretkelle.pdf

Liite A. Runkotilavuustaulukot kuuselle ja männylle.

Taulukko 1: Männyn runkotilavuus rinnankorkeusläpimitan ja pituuden funktiona. Runkotilavuus esitetty litroina. [1, s.41]

tilavuudet, pl = l

pituus, m

läpimitta, cm	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	3	3	4	4	5	6	6																					
5	5	5	6	7	8	9	10	11																				
6	7	7	9	10	11	13	14	15	17																			
7	9	10	12	13	15	17	19	21	23	25																		
8	12	14	15	17	20	22	25	27	30	32	35																	
9	15	17	20	22	25	28	31	34	37	40	44	47																
10	18	21	24	27	31	34	38	42	46	50	53	57																
11	22	26	29	33	37	41	46	50	55	60	64	69	73															
12		31	35	39	44	49	54	59	65	70	76	81	87	92														
13		36	41	46	51	57	63	69	76	82	89	95	101	107	113													
14		41	47	53	59	66	73	80	87	95	102	110	117	124	131	137												
15			54	61	68	76	83	92	100	108	117	125	134	142	150	157	164											
16			62	70	78	86	95	104	113	123	132	142	151	161	170	178	186	194										
17			70	79	88	97	107	117	128	138	149	160	170	181	191	200	210	219	227									
18				88	98	109	119	131	143	155	167	179	190	202	213	224	234	244	254	263								
19				99	110	121	133	146	159	172	185	198	211	224	237	249	260	271	282	292	301							
20					122	134	147	161	175	190	204	219	233	248	261	275	288	300	311	323	333							
21					134	148	162	177	193	209	225	241	256	272	287	302	316	330	342	355	366	377						
22					147	162	178	194	211	228	246	263	281	298	314	330	346	361	375	388	401	413	424					
23						177	194	212	230	249	268	287	306	324	342	360	377	393	409	423	437	450	463	474				
24						193	211	230	250	270	291	312	332	352	372	391	409	427	444	460	475	489	503	515	527			
25						210	229	250	271	293	315	337	359	381	402	423	443	462	480	498	514	530	544	558	571	583		
26							248	270	293	316	340	364	388	411	434	457	478	499	519	537	555	572	588	603	617	630	642	
27							267	291	315	341	366	392	417	443	467	491	514	537	558	578	598	616	633	649	664	678	691	703
28							288	313	339	366	393	421	448	475	502	527	552	576	599	621	642	661	680	697	713	728	742	755
29								336	364	392	421	451	480	509	537	565	591	617	642	665	687	708	728	746	764	780	795	809
30								360	389	420	451	482	513	544	574	603	632	659	685	710	734	757	778	798	816	834	850	865
31								385	416	448	481	514	547	580	612	643	674	703	731	758	783	807	830	851	871	889	907	923
32									443	477	512	547	583	617	651	685	717	748	778	806	833	859	883	906	927	947	965	983
33									472	508	545	582	619	656	692	727	762	795	826	856	885	912	938	962	985	1006	1026	1044
34									502	540	578	618	657	696	734	771	808	843	876	908	939	967	995	1020	1044	1067	1088	1107
35										572	613	655	696	737	777	817	855	892	928	961	994	1024	1053	1080	1106	1130	1152	1173
36										606	649	693	736	779	822	864	904	943	981	1016	1050	1083	1113	1142	1169	1194	1218	1240
37										642	686	732	778	823	868	912	954	996	1035	1073	1109	1143	1175	1206	1234	1261	1286	1308
38											725	773	821	868	916	962	1006	1060	1091	1131	1169	1205	1239	1271	1301	1329	1355	1380
39											765	815	865	915	964	1013	1060	1105	1149	1191	1231	1268	1304	1338	1370	1399	1427	1453
40												858	911	963	1015	1065	1115	1162	1208	1252	1294	1334	1371	1407	1440	1471	1501	1528
41												903	958	1012	1066	1119	1171	1221	1269	1215	1259	1401	1440	1477	1512	1545	1576	1605
42												949	1006	1063	1120	1175	1232	1289	1343	1396	1446	1494	1540	1583	1903	1944	1982	2018
43													1056	1115	1174	1232	1289	1343	1396	1446	1494	1540	1583	1624	1663	1699	1733	1764
44													1107	1169	1231	1291	1350	1407	1462	1514	1565	1613	1658	1701	1741	1779	1814	1847
45													1160	1225	1289	1351	1413	1472	1529	1584	1637	1687	1734	1779	1821	1860	1897	1932
46														1282	1348	1413	1477	1539	1599	1656	1711	1763	1812	1859	1903	1944	1982	2018
47														1340	1409	1477	1543	1607	1670	1729	1786	1841	1892	1941	1986	2029	2070	2107
48														1401	1472	1542	1611	1678	1742	1804	1864	1921	1974	2024	2072	2117	2159	2198
49															1537	1609	1681	1750	1817	1881	1943	2002	2058	2110	2160	2209	2250	2291
50															1063	1678	1752	1824	1893	1960	2024	2085	2143	2198	2250	2298	2343	2386

OPETTAJAN OHJE

Taulukko 2: Kuusen runkotilavuus rinnankorkeusläpimitan ja pituuden funktiona. Runkotilavuus esitetty litroina. [1, s. 42]

tilavuudet, pl = 2 — pituus, m — läpimitta, cm

läpimitta, cm \ pituus, m	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	3	3	3	4	5	5	6																					
5	4	5	5	6	7	8	9	10																				
6	6	7	8	9	11	12	14	15	17																			
7	8	10	11	13	14	16	18	21	23	25																		
8	11	13	15	17	19	21	24	27	30	33	36																	
9	13	17	19	21	24	27	30	33	37	41	45	48																
10	16	20	23	26	29	33	37	41	45	50	55	59																
11	19	25	29	32	35	39	44	49	54	60	65	71	77															
12		31	34	38	42	46	51	57	63	70	77	84	91	98														
13		37	40	45	49	54	59	66	73	81	89	97	105	114	122													
14		42	48	52	56	62	68	75	83	92	101	111	120	130	140	150												
15			56	60	65	70	77	86	94	104	114	125	136	148	159	170	181											
16			66	69	74	80	87	96	106	117	128	140	153	166	178	191	204	216										
17			76	79	84	90	98	107	118	130	143	156	170	184	199	213	228	242	256									
18				89	94	101	109	119	131	144	158	172	188	204	220	236	252	269	284	298								
19				101	106	112	121	132	144	158	173	189	206	223	241	259	277	295	314	331	343							
20					119	125	134	145	158	173	189	207	225	244	263	283	303	323	343	363	382							
21					133	139	148	159	173	189	206	225	244	265	286	308	330	352	374	395	417	343						
22					147	154	162	174	188	205	223	243	265	287	310	333	357	381	405	429	452	476	489					
23						170	178	190	205	222	242	263	285	309	333	359	384	410	436	362	288	514	537	549				
24						187	195	206	222	240	260	283	307	332	358	385	413	440	469	497	525	553	581	600	612			
25						204	213	224	240	258	280	303	328	355	383	412	441	471	502	532	562	593	623	652	667	679		
26							233	243	259	278	300	324	351	379	409	439	471	503	535	568	600	633	665	697	723	737	749	
27							253	264	279	298	321	346	374	404	435	467	501	535	569	604	639	674	708	743	777	798	811	823
28							273	287	301	319	343	369	398	429	462	496	531	567	604	640	678	715	752	789	826	860	875	889
29								312	325	343	366	393	423	455	489	525	562	600	639	678	717	757	796	836	857	914	942	957
30								335	350	368	389	417	448	482	518	555	594	633	674	715	757	799	841	883	925	966	1008	1027
31								358	378	396	417	443	475	509	546	585	626	668	710	754	798	842	886	931	975	1019	1063	1100
32									408	425	447	470	502	537	576	616	659	702	747	792	839	885	932	979	1026	1973	1119	1166
33									434	456	478	502	530	567	606	648	692	737	784	832	880	929	978	1028	1077	1127	1176	1225
34									460	490	511	536	562	596	637	680	726	773	822	871	922	973	1025	1077	1129	1181	1233	1284
35										525	547	571	599	627	669	714	761	809	860	912	964	1018	1072	1126	1181	1236	1290	1345
36										554	584	609	636	666	702	747	796	846	899	952	1007	1063	1120	1176	1234	1291	1348	1405
37										585	624	648	676	706	737	782	832	884	938	994	1051	1109	1167	1227	1286	1346	1406	1466
38											662	690	718	749	781	818	869	922	978	1035	1094	1155	1216	1277	1340	1402	1465	1528
39											697	734	762	793	826	860	906	961	1019	1078	1139	1201	1264	1328	1393	1458	1524	1589
40												781	809	840	873	908	945	1001	1060	1121	1184	1248	1313	1380	1447	1515	1583	1651
41												822	858	889	922	958	994	1041	1102	1164	1229	1295	1363	1432	1501	1571	1642	1713
42												862	910	940	974	1010	1047	1084	1144	1208	1275	1343	1413	1484	1556	1629	1702	1775
43													962	994	1028	1064	1102	1140	1187	1253	1321	1392	1463	1537	1611	1686	1762	1838
44													1006	1051	1085	1121	1159	1198	1237	1299	1368	1440	1514	1589	1666	1744	1822	1901
45													1051	1111	1144	1180	1219	1259	1299	1345	1416	1490	1566	1643	1722	1802	1882	1964
46														1164	1206	1242	1281	1321	1362	1403	1464	1540	1617	1697	1778	1860	1943	2027
47														1214	1272	1307	1346	1387	1428	1470	1513	1590	1670	1751	1834	1918	2004	2091
48														1264	1336	1375	1414	1454	1497	1539	1581	1641	1722	1806	1891	1977	2065	2154
49															1391	1447	1484	1525	1567	1611	1654	1696	1776	1861	1948	2037	2127	2218
50															1447	1522	1558	1599	1641	1685	1729	1772	1830	1916	2005	2096	2189	2282

Liite B. Puiden kuutiomäärän laskeminen kuuselle ja männylle.

Tutkitaan puiden kuutiomäärä seuraavasta taulukosta. Taulukkoa varten tarvitaan puiden keskikorkeus, puuston pohjapinta-ala ja vallitseva puulaji. Käytetään puiden keskikorkeutena yhden mitatun puun korkeutta, mutta vähennetään siitä kolme metriä, joka on katkaistun latvan osuus. [1, s.43]

Taulukko 3: Puuston kuutiomäärä [1, s.43]

pohjapinta-ala m^2/ha	Keskipituus m																		
	Männikkö ja kuusikko							Männikkö						Kuusikko					
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	18	20	22	24	26	28
	Kuutiomäärä kuorineen m^3/ha																		
6	19	23	27	32	37	42	47	52	56	60	64	68	72	53	58	63	69	74	79
8	25	30	36	43	50	57	63	69	74	80	85	90	96	70	77	84	92	99	106
10	31	38	46	54	62	71	79	86	93	100	106	113	120	88	97	106	114	123	132
12	37	45	55	65	75	85	94	103	112	120	128	136	144	105	116	127	137	148	159
14	44	53	64	76	87	99	110	120	130	140	149	158	168	123	136	148	160	172	185
16	50	60	73	86	100	113	126	138	149	160	170	181	192	140	155	169	183	197	212
18	56	68	82	97	112	127	142	155	167	179	191	204	216	158	174	190	206	222	238
20	62	75	91	108	125	142	158	172	186	199	213	226	240	176	194	211	229	246	264
22	69	83	100	119	137	156	174	189	204	219	234	249	264	193	213	232	252	271	291
24		90	109	130	150	170	189	206	223	239	255	271	288	211	232	253	275	296	317
26			118	140	162	184	205	224	242	259	276	294	312	229	252	275	297	320	344
28				151	175	198	221	241	260	279	298	317	336	246	271	296	320	345	370
30				162	187	212	237	258	279	299	319	339	360	264	290	317	343	370	397
32					200	227	252	275	298	319	340	362	384	281	310	338	366	394	423
34						241	268	292	316	339	361	385	408	298	329	359	389	419	449
36						255	284	310	335	359	383	407	432	316	348	380	412	444	476

D. PUUSTON MITTAUS-PROJEKTI, OPPILAIDEN OHJE

Puuston mittauksia -projekti

Projektissa tutustutaan puuston mittaukseen sekä yritykseen Trestima Oy.

- Opettaja jakaa luokan 3 hengen ryhmiin.
- Projektista arvioidaan ryhmätyöskentely, projektiin osallistuminen ja projektin aikana tehtävä tuotos.
- Tuotos voi olla esimerkiksi posteri tai word-dokumentti. Päättäkää, millaisen tuotoksen teette.
- **Tuotoksen tulee sisältää <u>ainakin</u>**
  - vastaukset kysymyksiin 1-14 ja
  - ratkaisut kohtiin a-g.

A. Puuston mittaukseen tutustuminen:

- Tutustukaa puuston mittaukseen internetissä
- Vastatkaa kysymyksiin
- Kirjoittakaa vastaukset ylös.
- Kaikkia vastauksia ei löydy internetistä vaan ne on keksittävä itse. Oppikirjaa kannattaa käyttää apuna.

Hyviä verkkosivuja:

http://virtuoosi.pkky.fi/metsaverkko/metsan_mittaus/mittaus_aloitussivu.htm
https://frantic.s3.amazonaws.com/smy/2014/10/Mets%C3%A4nmittausohjeet.pdf

<u>RUNGON POIKKILEIKKAUSPINTA-ALA, g</u>

- Puun ympärysmitta mitataan 1,3 metriä ylintä juurenniskaa korkeammalta.
- **Oletetaan puun poikkileikkaus ympyrän muotoiseksi.**

1. Kun puun ympärysmitta tiedetään, **miten lasketaan puun halkaisija, d**? Piirrä tilanteesta kuva.
2. **Entä rungon poikkileikkauspinta-ala, g**? Merkitse poikkileikkauspinta-ala samaan kuvaan.

<u>PUUN KORKEUS</u>

Kirjoita ohjeet puun korkeuden mittaamiseen

3. keppimenetelmällä
4. sekä kaatomenetelmällä.

<u>PUUN TILAVUUS</u>

Arvioidaan puun tilavuutta **lieriön tilavuutena**.

5. **Miten puun (lieriön) tilavuus lasketaan**?

(Vinkki: Käytetään tilavuuden arvioinnissa hyväksi kohdassa 2 laskettua rungon poikkileikkauspinta-alaa.)

6. Tilavuutta voidaan arvioida myös liitteessä A olevien taulukoiden avulla. **Mitä tietoja tilavuuden arvioimiseen taulukon A avulla tarvitaan?**

<u>POHJAPINTA-ALAN MITTAUS RELASKOOPILLA</u>

Tutustukaa relaskoopin toimintaperiaatteeseen.

7. **Mitä relaskoopilla mitataan?**
8. **Mitkä ovat relaskoopin osat?**
9. **Jos relaskoopin hahlon leveys on x, kuinka pitkä relaskoopin varsi on?**
10. **Miten mittaus relaskoopilla suoritetaan?**
11. **Tee relaskooppi käyttäen pahvia ja narua**. Suunnittele, kuinka leveän hahlon ja kuinka pitkän varren teet.

<u>PUUSTON KUUTIOMÄÄRÄ</u>

12. **Mitä puuston kuutiomäärä tarkoittaa**?
13. Puuston kuutiomäärä voidaan tutkia liitteessä B olevasta taulukosta. **Mitä tietoja taulukon B lukemista varten tarvitaan?**
14. Kuinka taulukkoa luetaan?

<u>LISÄKYSYMYKSIÄ</u>

15. Miksi metsää mitataan?
16. Kuka tarvitsee tietoja metsän mittauksesta?

B. Mittaus

Tarvittavat välineet: Mittanauha, valmistettu relaskooppi

Ennen mittauksia suunnitelkaa, kuinka suoritatte mittaukset, kohdan A vastausten avulla.

- **Valitkaa** mitattavaksi puuksi **mänty tai kuusi.**
- Mitatkaa **puun ympärysmitta ja puunkorkeus.**
- **Etsikää sopiva tasainen metsikkö**, jossa puuston pohjapinta-alaa voidaan mitata.
- **Mitatkaa relaskoopilla puuston pohjapinta-ala.**

C. Mittausten analysointi

Hyödyntäkää mittausten analysoinnissa kohdan A vastauksia.

a) **Laskekaa puun poikkileikkauspinta-ala ympärysmitan avulla**. Antakaa vastaus yksikössä cm^2.
b) Laskekaa **puun tilavuus lieriön tilavuutena**.

c) Arvioikaa **puun tilavuus runkotilavuustaulukon (liite A) avulla**.
d) **Vertailkaa laskemalla saatua tilavuutta puun tilavuustaulukon avulla arvioituun tilavuuteen**. Heittävätkö arvot paljon? Miksi?
e) **Mikä on relaskoopilla saatu pohjapinta-ala** $(\mathrm{m}^2/\mathrm{ha})$?
f) **Tutkikaa liitteen B taulukosta puuston kuutiomäärä kuorineen** $(\mathrm{m}^3/\mathrm{ha})$.
g) Pohtikaa, **millaisia virheitä mittauksessa on voinut tulla**.

<u>LISÄTEHTÄVIÄ</u>

h) Puun pinnalla on kuori, joka poistetaan ennen puun hyödyntämistä. **Mikä on puun poikkileikkauspinta-ala, kun puusta on poistettu kuori?** Oletetaan kuusen kuoren paksuudeksi 6 mm ja männyn 7 mm.
(Vinkki: Piirtäkää kuva, jossa näkyy puun kuori. Laskekaa ensin puun halkaisija ilman kuorta.)
i) Ennen puun hyödyntämistä puusta poistetaan latva. Puusta poistetaan latvaa 3 metriä. **Mikä on puun korkeus latvan poistamisen jälkeen?**
j) **Laskekaa puun tilavuus** lieriön tilavuutena, kun puusta on poistettu sekä kuori että latva.

D. Tutustuminen Trestima Oy:hyn

Tutustutaan yritykseen virtuaalivierailun avulla.

Lähteet:

[1] S. Jortikka, S. Kivelä, Tutkimusretkelle metsään, Metsäntutkimuslaitos, 68 s. Saatavissa (viitattu 14.1.2017): http://www.metla.fi/julkaisut/muut/opetuspaketti/tutkimusretkelle.pdf

OPPILAIDEN OHJEET

Liite A. Runkotilavuustaulukot kuuselle ja männylle.

Taulukko 1: Männyn runkotilavuus rinnankorkeusläpimitan ja pituuden funktiona. Runkotilavuus esitetty litroina. [1, s.41]

tilavuudet, pl = l

pituus, m

läpimitta, cm	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	3	3	4	4	5	6	6																					
5	5	5	6	7	8	9	10	11																				
6	7	7	9	10	11	13	14	15	17																			
7	9	10	12	13	15	17	19	21	23	25																		
8	12	14	15	17	20	22	25	27	30	32	35																	
9	15	17	20	22	25	28	31	34	37	40	44	47																
10	18	21	24	27	31	34	38	42	46	50	53	57																
11	22	26	29	33	37	41	46	50	55	60	64	69	73															
12		31	35	39	44	49	54	59	65	70	76	81	87	92														
13		36	41	46	51	57	63	69	76	82	89	95	101	107	113													
14		41	47	53	59	66	73	80	87	95	102	110	117	124	131	137												
15			54	61	68	76	83	92	100	108	117	125	134	142	150	157	164											
16			62	70	78	86	95	104	113	123	132	142	151	161	170	178	186	194										
17			70	79	88	97	107	117	128	138	149	160	170	181	191	200	210	219	227									
18				88	98	109	119	131	143	155	167	179	190	202	213	224	234	244	254	263								
19				99	110	121	133	146	159	172	185	198	211	224	237	249	260	271	282	292	301							
20					122	134	147	161	175	190	204	219	233	248	261	275	288	300	311	323	333							
21					134	148	162	177	193	209	225	241	256	272	287	302	316	330	342	355	366	377						
22					147	162	178	194	211	228	246	263	281	298	314	330	346	361	375	388	401	413	424					
23						177	194	212	230	249	268	287	306	324	342	360	377	393	409	423	437	450	463	474				
24						193	211	230	250	270	291	312	332	352	372	391	409	427	444	460	475	489	503	515	527			
25						210	229	250	271	293	315	337	359	381	402	423	443	462	480	498	514	530	544	558	571	583		
26							248	270	293	316	340	364	388	411	434	457	478	499	519	537	555	572	588	603	617	630	642	
27							267	291	315	341	366	392	417	443	467	491	514	537	558	578	598	616	633	649	664	678	691	703
28							288	313	339	366	393	421	448	475	502	527	552	576	599	621	642	661	680	697	713	728	742	755
29								336	364	392	421	451	480	509	537	565	591	617	642	665	687	708	728	746	764	780	795	809
30								360	389	420	451	482	513	544	574	603	632	659	685	710	734	757	778	798	816	834	850	865
31								385	416	448	481	514	547	580	612	643	674	703	731	758	783	807	830	851	871	889	907	923
32									443	477	512	547	583	617	651	685	717	748	778	806	833	859	883	906	927	947	965	983
33									472	508	545	582	619	656	692	727	762	795	826	856	885	912	938	962	985	1006	1026	1044
34									502	540	578	618	657	696	734	771	808	843	876	908	939	967	995	1020	1044	1067	1088	1107
35										572	613	655	696	737	777	817	855	892	928	961	994	1024	1053	1080	1106	1130	1152	1173
36										606	649	693	736	779	822	864	904	943	981	1016	1050	1083	1113	1142	1169	1194	1218	1240
37										642	686	732	778	823	868	912	954	996	1035	1073	1109	1143	1175	1206	1234	1261	1286	1308
38											725	773	821	868	916	962	1006	1060	1091	1131	1169	1205	1239	1271	1301	1329	1355	1380
39											765	815	865	915	964	1013	1060	1105	1149	1191	1231	1268	1304	1338	1370	1399	1427	1453
40												858	911	963	1015	1065	1115	1162	1208	1252	1294	1334	1371	1407	1440	1471	1501	1528
41												903	958	1012	1066	1119	1171	1221	1269	1215	1259	1401	1440	1477	1512	1545	1576	1605
42												949	1006	1063	1120	1175	1232	1289	1343	1396	1446	1494	1540	1583	1903	1944	1982	2018
43													1056	1115	1174	1232	1289	1343	1396	1446	1494	1540	1583	1624	1663	1699	1733	1764
44													1107	1169	1231	1291	1350	1407	1462	1514	1565	1613	1658	1701	1741	1779	1814	1847
45													1160	1225	1289	1351	1413	1472	1529	1584	1637	1687	1734	1779	1821	1860	1897	1932
46														1282	1348	1413	1477	1539	1599	1656	1711	1763	1812	1859	1903	1944	1982	2018
47														1340	1409	1477	1543	1607	1670	1729	1786	1841	1892	1941	1986	2029	2070	2107
48														1401	1472	1542	1611	1678	1742	1804	1864	1921	1974	2024	2072	2117	2159	2198
49															1537	1609	1681	1750	1817	1881	1943	2002	2058	2110	2160	2209	2250	2291
50															1063	1678	1752	1824	1893	1960	2024	2085	2143	2198	2250	2298	2343	2386

Taulukko 2: Kuusen runkotilavuus rinnankorkeusläpimitan ja pituuden funktiona. Runkotilavuus esitetty litroina. [1, s. 42]

tilavuudet, pl = 2

pituus, m

läpimitta, cm	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	3	3	3	4	5	5	6																					
5	4	5	5	6	7	8	9	10																				
6	6	7	8	9	11	12	14	15	17																			
7	8	10	11	13	14	16	18	21	23	25																		
8	11	13	15	17	19	21	24	27	30	33	36																	
9	13	17	19	21	24	27	30	33	37	41	45	48																
10	16	20	23	26	29	33	37	41	45	50	55	59																
11	19	25	29	32	35	39	44	49	54	60	65	71	77															
12		31	34	38	42	46	51	57	63	70	77	84	91	98														
13		37	40	45	49	54	59	66	73	81	89	97	105	114	122													
14		42	48	52	56	62	68	75	83	92	101	111	120	130	140	150												
15			56	60	65	70	77	86	94	104	114	125	136	148	159	170	181											
16			66	69	74	80	87	96	106	117	128	140	153	166	178	191	204	216										
17			76	79	84	90	98	107	118	130	143	156	170	184	199	213	228	242	256									
18				89	94	101	109	119	131	144	158	172	188	204	220	236	252	269	284	298								
19				101	106	112	121	132	144	158	173	189	206	223	241	259	277	295	314	331	343							
20					119	125	134	145	158	173	189	207	225	244	263	283	303	323	343	363	382							
21					133	139	148	159	173	189	206	225	244	265	286	308	330	352	374	395	417	343						
22					147	154	162	174	188	205	223	243	265	287	310	333	357	381	405	429	452	476	489					
23						170	178	190	205	222	242	263	285	309	333	359	384	410	436	362	288	514	537	549				
24						187	195	206	222	240	260	283	307	332	358	385	413	440	469	497	525	553	581	600	612			
25						204	213	224	240	258	280	303	328	355	383	412	441	471	502	532	562	593	623	652	667	679		
26							233	243	259	278	300	324	351	379	409	439	471	503	535	568	600	633	665	697	723	737	749	
27							253	264	279	298	321	346	374	404	435	467	501	535	569	604	639	674	708	743	777	798	811	823
28							273	287	301	319	343	369	398	429	462	496	531	567	604	640	678	715	752	789	826	860	875	889
29								312	325	343	366	393	423	455	489	525	562	600	639	678	717	757	796	836	857	914	942	957
30								335	350	368	389	417	448	482	518	555	594	633	674	715	757	799	841	883	925	966	1008	1027
31								358	378	396	417	443	475	509	546	585	626	668	710	754	798	842	886	931	975	1019	1063	1100
32									408	425	447	470	502	537	576	616	659	702	747	792	839	885	932	979	1026	1973	1119	1166
33									434	456	478	502	530	567	606	648	692	737	784	832	880	929	978	1028	1077	1127	1176	1225
34									460	490	511	536	562	596	637	680	726	773	822	871	922	973	1025	1077	1129	1181	1233	1284
35										525	547	571	599	627	669	714	761	809	860	912	964	1018	1072	1126	1181	1236	1290	1345
36										554	584	609	636	666	702	747	796	846	899	952	1007	1063	1120	1176	1234	1291	1348	1405
37										585	624	648	676	706	737	782	832	884	938	994	1051	1109	1167	1227	1286	1346	1406	1466
38											662	690	718	749	781	818	869	922	978	1035	1094	1155	1216	1277	1340	1402	1465	1528
39											697	734	762	793	826	860	906	961	1019	1078	1139	1201	1264	1328	1393	1458	1524	1589
40												781	809	840	873	908	945	1001	1060	1121	1184	1248	1313	1380	1447	1515	1583	1651
41												822	858	889	922	958	994	1041	1102	1164	1229	1295	1363	1432	1501	1571	1642	1713
42												862	910	940	974	1010	1047	1084	1144	1208	1275	1343	1413	1484	1556	1629	1702	1775
43													962	994	1028	1064	1102	1140	1187	1253	1321	1392	1463	1537	1611	1686	1762	1838
44													1006	1051	1085	1121	1159	1198	1237	1299	1368	1440	1514	1589	1666	1744	1822	1901
45													1051	1111	1144	1180	1219	1259	1299	1345	1416	1490	1566	1643	1722	1802	1882	1964
46														1164	1206	1242	1281	1321	1362	1403	1464	1540	1617	1697	1778	1860	1943	2027
47														1214	1272	1307	1346	1387	1428	1470	1513	1590	1670	1751	1834	1918	2004	2091
48														1264	1336	1375	1414	1454	1497	1539	1581	1641	1722	1806	1891	1977	2065	2154
49															1391	1447	1484	1525	1567	1611	1654	1696	1776	1861	1948	2037	2127	2218
50															1447	1522	1558	1599	1641	1685	1729	1772	1830	1916	2005	2096	2189	2282

Liite B. Puiden kuutiomäärän laskeminen kuuselle ja männylle.

Tutkitaan puiden kuutiomäärä seuraavasta taulukosta. Taulukkoa varten tarvitaan puiden keskikorkeus, puuston pohjapinta-ala ja vallitseva puulaji. Käytetään puiden keskikorkeutena yhden mitatun puun korkeutta, mutta vähennetään siitä kolme metriä, joka on katkaistun latvan osuus. [1, s.43]

Taulukko 3: Puuston kuutiomäärä [1, s.43]

pohjapinta-ala m^2/ha	Keskipituus m																		
	Männikkö ja kuusikko							Männikkö						Kuusikko					
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	18	20	22	24	26	28
	Kuutiomäärä kuorineen m^3/ha																		
6	19	23	27	32	37	42	47	52	56	60	64	68	72	53	58	63	69	74	79
8	25	30	36	43	50	57	63	69	74	80	85	90	96	70	77	84	92	99	106
10	31	38	46	54	62	71	79	86	93	100	106	113	120	88	97	106	114	123	132
12	37	45	55	65	75	85	94	103	112	120	128	136	144	105	116	127	137	148	159
14	44	53	64	76	87	99	110	120	130	140	149	158	168	123	136	148	160	172	185
16	50	60	73	86	100	113	126	138	149	160	170	181	192	140	155	169	183	197	212
18	56	68	82	97	112	127	142	155	167	179	191	204	216	158	174	190	206	222	238
20	62	75	91	108	125	142	158	172	186	199	213	226	240	176	194	211	229	246	264
22	69	83	100	119	137	156	174	189	204	219	234	249	264	193	213	232	252	271	291
24		90	109	130	150	170	189	206	223	239	255	271	288	211	232	253	275	296	317
26			118	140	162	184	205	224	242	259	276	294	312	229	252	275	297	320	344
28				151	175	198	221	241	260	279	298	317	336	246	271	296	320	345	370
30				162	187	212	237	258	279	299	319	339	360	264	290	317	343	370	397
32					200	227	252	275	298	319	340	362	384	281	310	338	366	394	423
34						241	268	292	316	339	361	385	408	298	329	359	389	419	449
36						255	284	310	335	359	383	407	432	316	348	380	412	444	476

E. OHJELMOINTIA YLÄKOULULAISILLE-PROJEKTI, OPETTAJAN OHJE

OPETTAJAN OHJE

Ohjelmoinnillinen ajattelu -projekti , Reaktor

Kohderyhmä: 9-luokka
Esitiedot: Koordinaatisto, etäisyydet koordinaatistossa, Pythagoraan lause, kulmien suuruus
Taustalla oleva matematiikka: Ohjelmoinnin alkeet, koordinaatisto
Ajankäyttö: Pelillinen ajattelu ja taulukoiden käsittely 3 h, Ohjelmointiosuus 2 h, vierailu yritykseen 1 h
Opetustilat: Oma luokka, tietokoneluokka

Tavoitteet:
Projektin tavoitteena on kehittää oppilaiden loogista ajattelua ja algoritmien muodostamista. Projekti esittelee oppilaille ohjelmoinnillista ajattelua ja tutustuttaa oppilaat javascript-ohjelmointiin graafisesti.

Kuvaus projektista:
Opettaja jakaa luokan kolmen hengen ryhmiin. Opettaja kertoo oppilaille projektin jälkeen suoritettavasta vertaisarvioinnista.

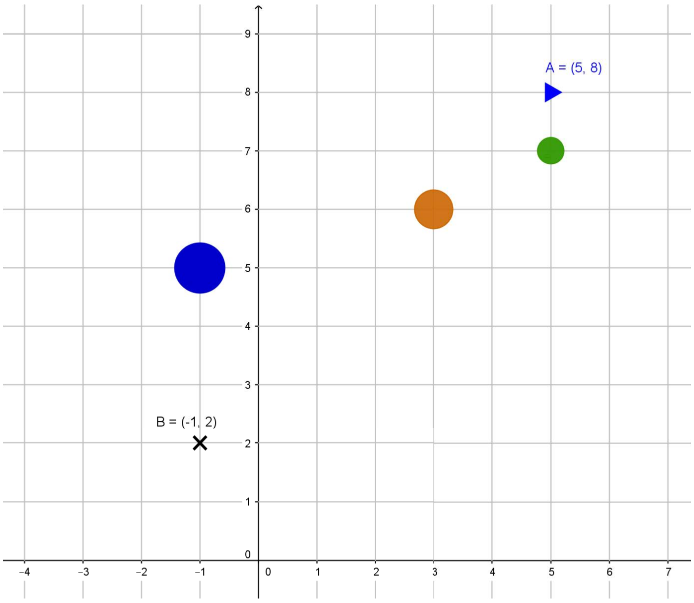
Projekti on jaettu neljään osaan: ensimmäisessä ja toisessa osassa tutustutaan loogiseen ajatteluun ja algoritmien muodostamiseen, kolmannessa osassa hyödynnetään jo opittuja taitoja ja tutustutaan javascript-ohjelmointiin, neljännessä osassa tutustutaan yhteistyöyritykseen ja mahdollisesti käydään yritysvierailulla.

1. **Pelillinen ajattelu**

Oppilaat saavat koordinaatiston, johon on merkitty avaruusalus A ja piste B, johon avaruusaluksen tulisi siirtyä. Avaruusaluksen keula osoittaa nuolen osoittamaan suuntaan ja avaruusaluksella voi kulkea vain keulan osoittamaan suuntaan. Ryhmän tehtävänä on suunnitella avaruusaluksen A reitti pisteeseen B kääntämällä alusta ja liikkumalla sillä eteenpäin. Reitti voi kulkea useamman pisteen kautta, mutta reitti ei voi kulkea planeettojen läpi.

Ryhmä kirjoittaa avaruusaluksen toiminnot askeleittain (1., 2., 3., …).

OPETTAJAN OHJE



Pohdittavia kysymyksiä:

1) Kuinka monta astetta ja mihin suuntaan (vasen/oikea) avaruusalusta tulee kääntää, jotta sen keula osoittaisi suoraa pisteeseen B?
2) Mikä on lyhin reitti avaruusalukselta A pisteeseen B, jos matkalla ei olisi planeettoja?
3) Kuinka pitkä tämä lyhin reitti on? (vihje: Pythagoraan lause)

2. Taulukoiden käsittely

Taulukoita käytetään yrityksessä tiedon säilyttämiseen ja käsittelyyn. Tietojen muuttuessa ohjelmat suorittavat automaattisesti tietojen päivityksen. Jotta ohjelmat toimisivat oikein, täytyy ihmisten kuitenkin ohjelmoida toimenpiteet ohjelmaan.

Oppilaiden on tarkoitus luoda algoritmi, joka päivittää ja ylläpitää taulukon tietoja. Taulukko päivittyy joka päivä työpäivän jälkeen. Taulukossa on kaksi saraketta, tunniste ja tarkenne. Tunniste on uniikki tunniste, jolla kyseistä tietoa käsitellään. Tarkenne sisältää tunnisteeseen tallennetun tiedon.

Taulukon päivittyessä tunniste ja tarkenne voivat

- päivittyä, jos tunniste pysyy samana mutta tarkenne muuttuu.
- poistua, jos tunnistetta ei ole enää muutostaulukossa.

- säilyä, jos tunniste ja tarkenne säilyvät muuttumattomina muutostaulukossa.
- syntyä, jos muutostaulukossa on uusi tunniste.

Oppilaille annetaan alkuperäinen taulukko A sekä ensimmäisenä tapahtuvat päivitykset taulukossa B.

1. Oppilaat tarkastelevat alkuperäistä taulukkoa sekä muutostaulukkoa. Taulukon tiedoista listataan, mitkä taulukon tunnisteet päivittyvät, mitkä poistuvat, mitkä säilyvät, ja mitkä tunnisteet luodaan.
2. Oppilaat aloittavat algoritmin suunnittelun muodostamalla sanallisen suunnitelman, kuinka taulukko päivitetään uusien tietojen mukaisesti.
3. Sanallisen suunnitelman perusteella oppilaat kirjoittavat toimintonsa askeleittain (1., 2., …) käyttäen käskyjä ”päivitä rivi”, ”poista rivi ja ”luo rivi” hyväkseen.
4. Oppilaita ohjeistetaan myös käyttämään ehtolausetta muodossa ”Jos …., niin …”.
5. Kun kaksi ryhmää saavat suunnitelmansa kirjoitettua, vaihtavat he suunnitelmansa keskenään.
6. **Opettaja jakaa uuden päivitystaulukon C**, jonka avulla ryhmät päivittävät alkuperäisen taulukon A käyttäen toisen ryhmän suunnitelmaa.
7. Ryhmä kirjoittaa taulukon C alapuolelle uuden päivitetyn taulukon sekä kommentteja, mikäli koodi ei toimi toivotusti.
8. Päivityksen jälkeen ryhmät korjaavat suunnitelmastansa löytyvät ongelmat.
9. Lopullinen suunniteltu koodi kirjoitetaan puhtaaksi ja palautetaan opettajalle.

3. Ohjelmointi

Ohjelmointitehtävä tehdään tietokoneluokassa.

Ryhmät menevät verkkosivulle: https://app.slushsmackdown.com/

Ryhmä vastaa ensin kysymyksiin etsien vastauksia ohjelmaa käyttämällä ja pohtimalla. Tämän jälkeen jokainen ryhmä tekee itselleen mahdollisimman hyvän ottelijan. Tunnin lopussa vastaukset kysymyksiin käydään läpi ja ryhmät kilpailevat keskenään, kuka on luonut parhaan ottelijan.

Pohdittavat kysymykset:

1. Millä käskyllä ottelija
   a. liikkuu eteenpäin
   b. lyö
   c. suojaa
   d. heittää?
2. Millä käskyllä ohjelman kirjoitus alkaa? Pohtikaa mitä se tarkoittaa.
3. Käskyissä voidaan käyttää myös ehtolauseita, millä käskyllä ottelija
   a. suojaa, jos etäisyys vastustajaan pienempi kuin 1
   b. liikkuu eteenpäin ja lyö, jos etäisyys vastustajaan on suurempi kuin 2, ja muussa tapauksessa hyppää?

OPETTAJAN OHJE

4. **Yritykseen tutustuminen ja yritysvierailu**

Luokka vierailee yrityksessä.

Arviointi:
Vertaisarviointi: Projektin jälkeen oppilaat arvoivat sekä omaa että muiden ryhmäläisten osallistumista projektityöskentelyyn esimerkiksi oheisella lomakkeella:

Nimi:

Asteikko: K = kiitettävä, H = hyvä, T = tyydyttävä, P = puutteita

	Oma arvio	Vertaisarvio	Vertaisarvio	Opettajan arvio
Oppilaan osuus työskentelyssä				

Projektin arvioinnissa voidaan huomioida ryhmätyöskentely, projektiin osallistuminen sekä projektin osissa valmistuvat algoritmit.

OPETTAJAN OHJE

Liite 1: Taulukoiden käsittelyn taulukot

Taulukko A: Alkuperäinen taulukko

Tunniste	**Tarkenne**
202	Skittles Original 61,5g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
507	Skittles Wild Berry 61g
527	Fazer Tutti Frutti Passion 180g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

Taulukko B: Päivitystaulukko

Tunniste	**Tarkenne**
167	Skittles Tropical 61g
202	Lakuliituskat 250g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
303	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
325	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
527	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

OPETTAJAN OHJE

Taulukko C: Päivitystaulukko 2

Tunniste	Tarkenne
123	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
202	Skittles Original 61,5g
294	Lakuliituskat 250g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
507	Skittles Wild Berry 61g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
812	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
858	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
914	Skittles Tropical 61g
980	Tikkari-Mix 500g

Tunniste	Tarkenne

F. OHJELMOINTIA YLÄKOULULAISILLE-PROJEKTI, OPPILAIDEN OHJE

OPPILAIDEN OHJEET

Ohjelmoinnillinen ajattelu -projekti

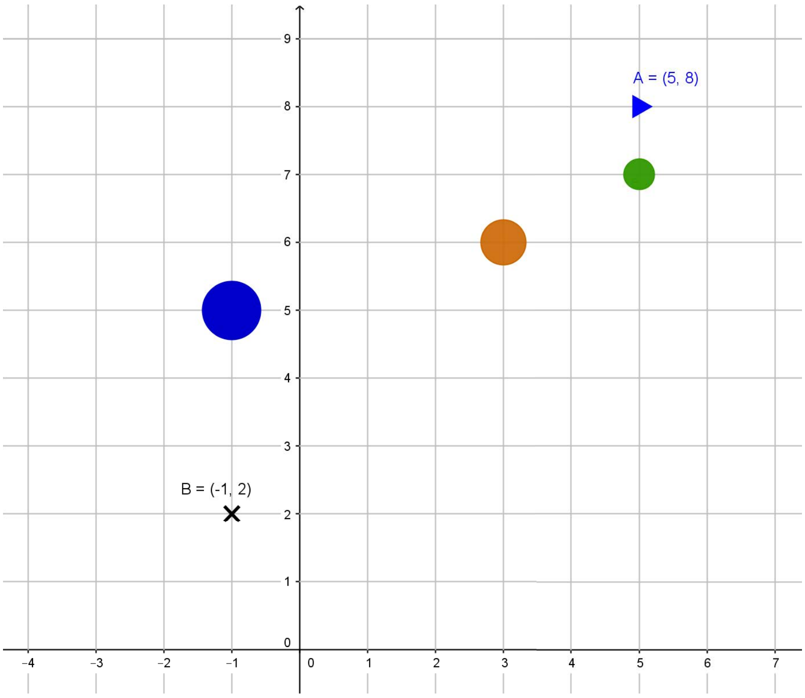
- Luokka jakautuu 3 hengen ryhmiin.
- Projekti on jaettu kolmeen osaan. Osat suoritetaan järjestyksessä.
- Projektiin kuuluu yritysvierailu.
- Kirjoittakaa vastaukset kysymyksiin sekä muut tuotoksenne erilliselle palautettavalle paperille.

1. Pelillinen ajattelu

- Kuvaan on merkitty avaruusalus pisteessä A sekä paikka B, johon avaruusaluksen tulisi siirtyä.
- Kuvaan on merkitty myös planeettoja, joiden läpi ei voi liikkua.
- Avaruusaluksen keula osoittaa nuolen osoittamaan suuntaan.
- Avaruusaluksella voi liikkua vain keulan osoittamaan suuntaan.
- Kuvaajassa yhden ruudun mitta on 1 AU eli astronominen yksikkö.

Tehtävänänne on suunnitella avaruusalukselle reitti pisteestä A pisteeseen B vain kääntämällä avaruusalusta ja liikkumalla sillä eteenpäin. Reitti voi kulkea useamman pisteen kautta.

Kirjoittakaa reitti askeleittain (1. Käänny xx astetta vasemmalle, 2. Liiku yy AU eteenpäin, jne..).



Reitin suunnittelun jälkeen vastatkaa kysymyksiin:

1) Kuinka monta astetta ja mihin suuntaan (vasen/oikea) avaruusalusta tulee kääntää, jotta sen keula osoittaisi suoraa pisteeseen B?
2) Mikä on lyhin reitti avaruusalukselta A pisteeseen B, jos matkalla ei olisi planeettoja?
3) Kuinka pitkä tämä lyhin reitti on? (vihje: Pythagoraan lause)

2. Taulukoiden käsittely

Taulukoita käytetään yrityksessä tiedon säilyttämiseen ja käsittelyyn. Tietojen muuttuessa ohjelmat suorittavat automaattisesti tietojen päivityksen. Jotta ohjelmat toimisivat oikein, täytyy ihmisten kuitenkin ohjelmoida toimenpiteet ohjelmaan.

<u>Tehtävänänne on suunnitella algoritmi, joka päivittää taulukkoa.</u>

- Taulukko päivittyy joka päivä työpäivän jälkeen
- Taulukossa on kaksi saraketta: tunniste ja tarkenne.
- Tunniste on jokaiselle tiedolle uniikki numerosarja, jonka avulla sitä käsitellään.
- Tarkenne on tunnisteeseen tallennettu tieto.
- Taulukko A on alkuperäinen taulukko.
- Taulukossa B on ensimmäisenä päivänä tapahtuvat päivitykset.

Ohjeet:

1. Tarkastelkaa alkuperäistä taulukkoa A sekä päivitystaulukkoa B.
2. Tehkää taulukkojen avulla lista, mitkä taulukon tunnisteet **päivittyvät**, mitkä **poistuvat,** mitkä **säilyvät**, ja mitkä **tunnisteet luodaan**. (Jos tunnistetta ei ole enää päivitystaulukossa, se poistetaan.)
3. Kertokaa näiden listojen avulla sanallisesti, kuinka taulukko päivitetään uusien tietojen mukaisesti.

4. Muokatkaa sanallinen suunnitelma askeleiksi (1., 2., …), jossa käytätte käskyjä ”**päivitä rivi**”, ”**poista rivi**” ja ”**luo rivi**”.
5. Voitte hyödyntää myös ehtolausetta ”**Jos…, niin …** ”. Esimerkkinä ehtolauseesta:

”**Jos** tunniste 123 on taulukossa A ja taulukossa B, **niin** päivitä rivi”

6. Kun saatte suunnitelmanne valmiiksi, vaihtakaa suunnitelmianne toisen ryhmän kanssa.
7. Opettaja jakaa uuden päivitystaulukon C.
8. Päivittäkää alkuperäinen taulukko A uuden päivitystaulukon C avulla käyttäen toisen ryhmän suunnitelmaa.
9. Kirjoittakaa tämä uusi päivitetty taulukko taulukon C alapuolelle. Voitte kirjoittaa myös kommentteja toiselle ryhmälle, jos algoritmi ei toimi halutusti.
10. Palauttakaa taulukko C ja kommentit toiselle ryhmälle.

11. Mikäli algoritmissa oli ongelmia, korjatkaa ongelmat.
12. Kirjoittakaa lopullinen algoritmi ja palauttakaa tämä opettajalle.

3. Ohjelmoinnin alkeet

- Menkää verkkosivulle: https://app.slushsmackdown.com/
- Luokaa verkkosivuilla ryhmällenne ottelija. Kirjoittakaa ylös ottelijan nimi ja salasana myöhempää käyttöä varten.
- Etsikää vastauksia kysymyksiin ohjelmaa käyttämällä ja pohtimalla.

Pohdittavat kysymykset:

4) Millä käskyllä ottelija

    a) liikkuu eteenpäin
    b) lyö
    c) suojaa
    d) heittää?

5) Millä käskyllä ohjelman kirjoitus alkaa? Pohtikaa mitä se tarkoittaa.
6) Käskyissä voidaan käyttää myös ehtolauseita, millä käskyllä ottelija

    a) suojaa, jos etäisyys vastustajaan pienempi kuin 1
    b) liikkuu eteenpäin ja lyö, jos etäisyys vastustajaan on suurempi kuin 2, ja muussa tapauksessa hyppää?

- Tehkää itselleen mahdollisimman hyvä ottelija. Tunnin lopussa ryhmät kilpailevat keskenään, kuka on luonut parhaan ottelijan.

Liite 1: Taulukoiden käsittelyn taulukot

Taulukko A: Alkuperäinen taulukko

Tunniste	Tarkenne
202	Skittles Original 61,5g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
507	Skittles Wild Berry 61g
527	Fazer Tutti Frutti Passion 180g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

Taulukko B: Päivitystaulukko

Tunniste	Tarkenne
167	Skittles Tropical 61g
202	Lakuliituskat 250g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
303	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
325	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
527	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

OPPILAIDEN OHJEET

Taulukko C: Päivitystaulukko 2

Tunniste	Tarkenne
123	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
202	Skittles Original 61,5g
294	Lakuliituskat 250g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
507	Skittles Wild Berry 61g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
812	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
858	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
914	Skittles Tropical 61g
980	Tikkari-Mix 500g

Tunniste	Tarkenne

G. LUPAKIRJE HUOLTAJILLE

”Projektioppiminen yläkoulun matematiikassa” – kehitystutkimuksen lupalappu

Tutkimuksessa mukana oleminen on vapaaehtoista, mutta erittäin toivottavaa. Tutkimuksesta voi jättäytyä pois missä vaiheessa tahansa ottamalla yhteyttä tutkijaan tai matematiikan opettajaan.

Sallin lapseni osallistua tutkimukseen (ruksi).
Kyllä [ ] Ei [ ]

Sallin lastani esittävien valokuvien käytön kuvattaessa tutkimusta alan julkaisuissa.
Kyllä [ ] Ei [ ]

____
Oppilaan nimi

________________________________	_____________________________________
Huoltajan allekirjoitus	Huoltajan allekirjoitus
________________________________	_____________________________________
Huoltajan nimenselvennys	Huoltajan nimenselvennys

Palautathan tutkimuslupalomakkeen myös siinä tapauksessa, että oppilas ei saa lupaa osallistua tutkimukseen. Lisätietoa tutkimuksesta löytyy seuraavalta sivulta.

Mitä tutkimukseen osallistuminen tarkoittaa käytännössä?

Osana LUMA SUOMI – kehittämisohjelmaa lapsenne koulussa kokeillaan matematiikan tunneilla yhtenä opetuksen organisointimuotona projektioppimista. Varsinainen tutkimukseen osallistuminen tarkoittaa, että lapsenne täyttää oppitunnilla kyselylomakkeen koskien asenteita matematiikkaa ja projektityöskentelyä kohtaan sekä muutamaa satunnaista oppilasta haastatellaan lyhyesti. Tämän lisäksi projektitunneilla voi olla läsnä tutkija, joka havainnoi oppilaiden ja opettajan työskentelyä. Projektien tuotoksia voidaan valokuvata, mutta henkilöitä ei kuvata ilman erillistä lupaa. Hankkeessa koottava aineisto käsitellään luottamuksellisesti ja nimettömänä. Saadut tulokset julkaistaan opinnäytetyössä. Tämän jälkeen tutkimusaineisto hävitetään asianmukaisesti.

LUMA SUOMI – kehittämisohjelma ja Projektioppiminen-kehityshanke:

Lasten ja nuorten matemaattis-luonnontieteellisen osaamisen vahvistamiseksi on käynnistetty opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittama kuusivuotinen LUMA SUOMI – ohjelma. Ohjelman tavoitteena on muun muassa lisätä kiinnostusta opiskella matematiikkaa ja luonnontieteitä sekä parantaa luonnontieteiden ja teknologian osaamisen tasoa. Kehittämisohjelman pilottivaihe on käynnissä 2014–2016. Lisätietoa LUMA SUOMI – kehittämisohjelmasta on saatavissa http://www.luma.fi/suomi/.

LUMA SUOMI – kehittämisohjelmaan kuuluvan hankkeen "Projektioppiminen" tavoitteena on motivoida yläkouluikäisiä opiskelemaan matematiikkaa ja luoda yläkoulun matematiikan opettajien käyttöön projektipankki, josta opettajat voivat hakea ideoita, suunnitelmia ja valmista materiaalia oppitunneilla toteutettaviin projekteihin. Hankkeen aikana testataan projektioppimista käytännön opetustyössä, jotta nähdään, saavutetaanko samoja etuja kuin aiemmissa tutkimuksissa ja havaitaan mahdolliset haasteet.

Projektioppimisesta lyhyesti:

Projektioppimisella tarkoitetaan opetuksen organisointimuotoa, jossa keskiössä on jokin projekti. Keskeisiä elementtejä projektioppimisessa ovat toiminnallisuus, ongelmakeskeisyys, tulosvastuullisuus, yhteistoiminnallisuus, oppilaan aktiivinen rooli ja opettajan rooli ohjaajana.

Vuoden 2014 opetussuunnitelman perusteiden vaatimuksiin vastaavalla projektioppimisella pyritään innostamaan matematiikan opiskeluun ja perustelemaan matematiikan tarpeellisuutta niin oppilaiden arjessa kuin tulevassa työelämässä. Lähtökohtana projektioppimisessa on ympäröivä maailma, ei vain yksittäinen oppiaine. Projektit sisältävät näin elementtejä muistakin aineista kuin matematiikasta, joten ne tarjoavat onnistumisen mahdollisuuksia myös matemaattisesti heikommille oppilaille. Opiskeltavan oppiaineksen lisäksi projektioppiminen kehittää erilaisia opetussuunnitelman perusteiden korostamia metataitoja, kuten esimerkiksi yhteistyö- ja vuorovaikutustaitoja, pitkäjänteisyyttä, tieto- ja viestintäteknologian käyttötaitoja, ongelmanratkaisukykyä ja oma-aloitteisuutta. Toisaalta projektit luovat puitteita eriyttämiseen. Projekteja voidaan mahdollisuuksien mukaan toteuttaa yritysyhteistyössä.

Ulkomailla projektioppimista on hyödynnetty ja tutkittu opetuksessa aina päiväkodista lukioon ja yliopistoon. Suomessa projektioppimista on tutkittu lähinnä ammattikorkeakoulutasolla. Tutkimustulokset ovat positiivisia, mutta joitain haasteita on vielä.

Lisätietoja tutkimuksesta antaa Essi Rasimus (email: essi.rasimus(at)tut.fi) ja Elina Viro (email: elina.viro(at)tut.fi) Tampereen teknillisen yliopiston matematiikan laitokselta. Kiitämme yhteistyöstä!

H. KYSELY TESTIRYHMÄLLE ENNEN PROJEKTIN ALKUA

Alkukysely

Nimi:
Ympyöi oikea vaihtoehto
Viimeisin todistusarvosana matematiikassa: 4 5 6 7 8 9 10
Sukupuoli: tyttö poika

1. Vastaa seuraaviin väittämiin ympyröimällä eniten mielipidettäsi kuvaava vaihtoehto asteikolla 1-5 (1 = täysin eri mieltä, 2 = eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = samaa mieltä, 5 = täysin samaa mieltä).

1. Teen aina matematiikan tunnilla annetut kotitehtävät.	1 2 3 4 5
2. Olen aktiivinen matematiikan tunnilla.	1 2 3 4 5
3. Matematiikan opiskelu on helppoa minulle.	1 2 3 4 5
4. Kysyn aina, jos en ymmärrä jotakin matematiikan tehtävää.	1 2 3 4 5
5. Opiskelen matematiikkaa, koska koen, että minun on pakko.	1 2 3 4 5
6. Matematiikka ei kiinnosta minua.	1 2 3 4 5
7. Matematiikan opiskelu on tärkeää minulle.	1 2 3 4 5
8. En pidä matematiikasta.	1 2 3 4 5
9. Olen hyödyntänyt matematiikan taitoja ja tietoja koulun ulkopuolella.	1 2 3 4 5
10. Uskon tarvitsevani matematiikkaa tulevaisuudessa.	1 2 3 4 5
11. Tiedän, mihin matematiikkaa tarvitaan.	1 2 3 4 5
12. Uskon tarvitsevani matematiikan tietoja ja taitoja arkielämässä.	1 2 3 4 5
13. Uskon tarvitsevani matematiikkaa tulevissa opinnoissani.	1 2 3 4 5
14. Uskon tarvitsevani matematiikkaa työelämässä.	1 2 3 4 5
15. Matematiikka on hyödyllistä kaikilla ammattialoilla.	1 2 3 4 5

2. Mikä motivoi sinua eniten matematiikan opiskelussa?

3. Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?

4. Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?

Jatkuu kääntöpuolella

5. Miten seuraavat väittämät kuvaavat persoonallisuuttasi? Ympyröi sopivin vaihtoehto asteikolla 1-5 (1 = täysin eri mieltä, 2 = eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = samaa mieltä, 5 = täysin samaa mieltä).

Näen itseni ihmisenä, ...	Täysin eri mieltä				Täysin samaa mieltä
...joka on varautunut	1	2	3	4	5
...joka on luottavainen	1	2	3	4	5
...joka on laiska	1	2	3	4	5
...joka on rentotunut ja käsittelee stressiä hyvin.	1	2	3	4	5
...jolla on taiteellisia kiinnostuksen kohteita.	1	2	3	4	5
...joka on ulospäinsuuntautunut ja sosiaalinen.	1	2	3	4	5
...joka löytää löytää muista vikoja.	1	2	3	4	5
...joka tekee työnsä perusteellisesti.	1	2	3	4	5
...joka hermostuu helposti.	1	2	3	4	5
...jolla on hyvä mielikuvitus.	1	2	3	4	5

6. Jatka yksityiskohtaisten ohjeiden kirjoittamista askeleittain aiheesta, kuinka keität vettä hellalla. Voit lisätä askeleita tai jättää osan käyttämättä.

   (a) Ota kattila kaapista.
   (b)
   (c)
   (d)
   (e)
   (f)
   (g)

I. KYSELY PROJEKTIN JÄLKEEN TESTIRYHMÄLLE

Loppukysely

Nimi:

1. Vastaa seuraaviin väittämiin ympyröimällä eniten mielipidettäsi kuvaava vaihtoehto asteikolla 1-5 (1 = täysin eri mieltä, 2 = eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = samaa mieltä, 5 = täysin samaa mieltä).

1. Teen aina matematiikan tunnilla annetut kotitehtävät.	1	2	3	4	5
2. Olen aktiivinen matematiikan tunnilla.	1	2	3	4	5
3. Matematiikan opiskelu on helppoa minulle.	1	2	3	4	5
4. Kysyn aina, jos en ymmärrä jotakin matematiikan tehtävää.	1	2	3	4	5
5. Opiskelen matematiikkaa, koska koen, että minun on pakko.	1	2	3	4	5
6. Matematiikka ei kiinnosta minua.	1	2	3	4	5
7. Matematiikan opiskelu on tärkeää minulle..	1	2	3	4	5
8. En pidä matematiikasta.	1	2	3	4	5
9. Olen hyödyntänyt matematiikan taitoja ja tietoja koulun ulkopuolella.	1	2	3	4	5
10. Uskon tarvitsevani matematiikkaa tulevaisuudessa.	1	2	3	4	5
11. Tiedän, mihin matematiikkaa tarvitaan.	1	2	3	4	5
12. Uskon tarvitsevani matematiikan tietoja ja taitoja arkielämässä.	1	2	3	4	5
13. Uskon tarvitsevani matematiikkaa tulevissa opinnoissani.	1	2	3	4	5
14. Uskon tarvitsevani matematiikkaa työelämässä.	1	2	3	4	5
15. Matematiikka on hyödyllistä kaikilla ammattialoilla.	1	2	3	4	5

2. Mikä motivoi sinua eniten matematiikan opiskelussa?

3. Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?

4. Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?

Jatkuu kääntöpuolella

5. Valitse jokaiseen väitteeseen sopivin vaihtoehto kuvaamaan työskentelyäsi ohjelmointi-projektin aikana. Ympyröi sopivin vaihtoehto asteikolla 1-4 (1 = täysin eri mieltä, 2 = osittain eri mieltä, 3 = osittain samaa mieltä, 4 = täysin samaa mieltä).

	Täysin eri mieltä			Täysin samaa mieltä
Pidin projektityöskentelystä	1	2	3	4
Koin onnistuvani projektissa	1	2	3	4
Projektityöskentely motivoi minua matematiikan opiskeluun	1	2	3	4
Projektin jälkeen ymmärrän paremmin, mihin matematiikkaa tarvitaan oppituntien ulkopuolella	1	2	3	4
Projekti oli motivoiva	1	2	3	4
Projektityön tekeminen oli vaikeaa	1	2	3	4
Osallistuin ryhmätyöskentelyyn mielelläni	1	2	3	4

6. Mistä asioista pidit tai et pitänyt projektityöskentelyssä?

7. Mitä osaa projektista muuttaisit?

8. Vapaata palautetta projektiin liittyen

9. Jatka yksityiskohtaisten ohjeiden kirjoittamista askeleittain aiheesta, kuinka otat ruokaa koulun ruokalan linjastolta. Voit lisätä askeleita tai jättää osan käyttämättä.

   (a) Ota tarjotin.
   (b)
   (c)
   (d)
   (e)
   (f)
   (g)

J. KYSELY VERTAILURYHMÄLLE

Kyselylomake

Ympyöi oikea vaihtoehto
Viimeisin todistusarvosana matematiikassa: 4 5 6 7 8 9 10
Sukupuoli: tyttö poika

1. Vastaa seuraaviin väittämiin ympyröimällä eniten mielipidettäsi kuvaava vaihtoehto asteikolla 1-5 (1 = täysin eri mieltä, 2 = eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = samaa mieltä, 5 = täysin samaa mieltä).

1. Teen aina matematiikan tunnilla annetut kotitehtävät.	1 2 3 4 5
2. Olen aktiivinen matematiikan tunnilla.	1 2 3 4 5
3. Matematiikan opiskelu on helppoa minulle.	1 2 3 4 5
4. Kysyn aina, jos en ymmärrä jotakin matematiikan tehtävää.	1 2 3 4 5
5. Opiskelen matematiikkaa, koska koen, että minun on pakko.	1 2 3 4 5
6. Matematiikka ei kiinnosta minua.	1 2 3 4 5
7. Matematiikan opiskelu on tärkeää minulle..	1 2 3 4 5
8. En pidä matematiikasta.	1 2 3 4 5
9. Olen hyödyntänyt matematiikan taitoja ja tietoja koulun ulkopuolella.	1 2 3 4 5
10. Uskon tarvitsevani matematiikkaa tulevaisuudessa.	1 2 3 4 5
11. Tiedän, mihin matematiikkaa tarvitaan.	1 2 3 4 5
12. Uskon tarvitsevani matematiikan tietoja ja taitoja arkielämässä.	1 2 3 4 5
13. Uskon tarvitsevani matematiikkaa tulevissa opinnoissani.	1 2 3 4 5
14. Uskon tarvitsevani matematiikkaa työelämässä.	1 2 3 4 5
15. Matematiikka on hyödyllistä kaikilla ammattialoilla.	1 2 3 4 5

2. Mikä motivoi sinua eniten matematiikan opiskelussa?

3. Miksi koet matematiikan hyödylliseksi?

4. Miksi et koe matematiikkaa hyödylliseksi?

Jatkuu kääntöpuolella

5. Miten seuraavat väittämät kuvaavat persoonallisuuttasi? Ympyröi sopivin vaihtoehto asteikolla 1-5 (1 = täysin eri mieltä, 2 = eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = samaa mieltä, 5 = täysin samaa mieltä).

Näen itseni ihmisenä, ...	Täysin eri mieltä				Täysin samaa mieltä
...joka on varautunut	1	2	3	4	5
...joka on luottavainen	1	2	3	4	5
...joka on laiska	1	2	3	4	5
...joka on rentotunut ja käsittelee stressiä hyvin.	1	2	3	4	5
...jolla on taiteellisia kiinnostuksen kohteita.	1	2	3	4	5
...joka on ulospäinsuuntautunut ja sosiaalinen.	1	2	3	4	5
...joka löytää löytää muista vikoja.	1	2	3	4	5
...joka tekee työnsä perusteellisesti.	1	2	3	4	5
...joka hermostuu helposti.	1	2	3	4	5
...jolla on hyvä mielikuvitus.	1	2	3	4	5

6. Jatka yksityiskohtaisten ohjeiden kirjoittamista askeleittain aiheesta, kuinka otat ruokaa koulun ruokalan linjastolta. Voit lisätä askeleita tai jättää osan käyttämättä.

   (a) Ota tarjotin.
   (b)
   (c)
   (d)
   (e)
   (f)
   (g)

K. OHJELMOINTIA YLÄKOULULAISILLE-PROJEKTI, PARANNELTU OPETTAJAN OHJE

OPETTAJAN OHJE

Ohjelmoinnillinen ajattelu -projekti , Reaktor

Kohderyhmä: 9-luokka
Esitiedot: Koordinaatisto, etäisyydet koordinaatistossa, Pythagoraan lause, kulmien suuruus
Taustalla oleva matematiikka: Ohjelmoinnin alkeet, koordinaatisto
Ajankäyttö: Pelillinen ajattelu ja taulukoiden käsittely 3 h, Ohjelmointiosuus 2 h, vierailu yritykseen 1 h
Opetustilat: Oma luokka, tietokoneluokka

Tavoitteet:
Projektin tavoitteena on kehittää oppilaiden loogista ajattelua ja algoritmien muodostamista. Projekti esittelee oppilaille ohjelmoinnillista ajattelua ja tutustuttaa oppilaat javascript-ohjelmointiin graafisesti.

Kuvaus projektista:
Opettaja jakaa luokan 3-4 hengen ryhmiin. Ryhmät suositellaan jaettavaksi homogeenisesti. Opettaja kertoo oppilaille, mitä projektissa arvostellaan, vertaisarvioinnista sekä projektin vaikutuksesta matematiikan arvosanaan.

Projekti on jaettu neljään osaan: ensimmäisessä ja toisessa osassa tutustutaan loogiseen ajatteluun ja algoritmien muodostamiseen, kolmannessa osassa hyödynnetään jo opittuja taitoja ja tutustutaan javascript-ohjelmointiin. Lisäksi projektiin kuuluu yritykseen tutustuminen sekä mahdollisesti yritysvierailu

Opettajan ohjeeseen on kirjoitettu vinkkejä, joiden avulla ryhmien työskentelyä voi auttaa.

1. **Yritykseen tutustuminen ja yritysvierailu**

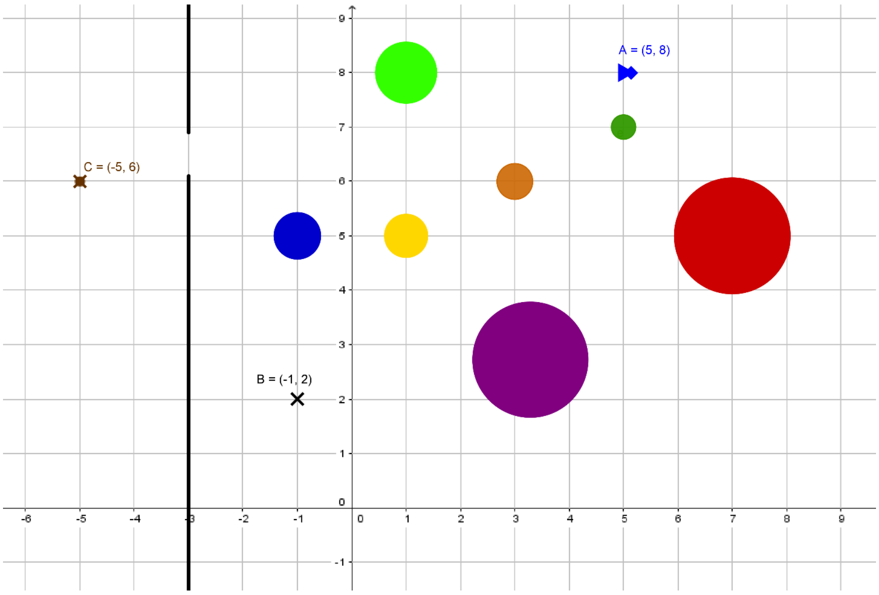
Luokka vierailee yrityksessä osana projektia. Vierailu kannattaa sopia joko projektin alkuun tai kesken projektin. Näin vierailusta saadaan suurin hyöty projektin suorittamiseen. Sopiaksesi vierailun ota yhteyttä Projektioppiminen-hankkeen koordinaattoriin.

2. **Pelillinen ajattelu**

Seikkailupeleissä ohjataan usein hahmoa, joka liikkuu erilaisissa ympäristöissä. Tutustutaan, miten hahmo saadaan liikkumaan näytöllä käyttäjän antamien käskyjen mukaisesti tekemällä vastaavia käskyjä matemaattisessa muodossa.

Ryhmät saavat koordinaatiston, johon on merkitty avaruusalus A ja piste B, johon avaruusaluksen tulisi siirtyä. Avaruusaluksen keula osoittaa nuolen osoittamaan suuntaan ja avaruusaluksella voi kulkea vain keulan osoittamaan suuntaan. Ryhmän tehtävänä on suunnitella avaruusaluksen A reitti pisteeseen B kääntämällä alusta ja liikkumalla sillä eteenpäin. Reitti voi kulkea useamman pisteen kautta, mutta reitti ei voi kulkea planeettojen läpi.

Ryhmä piirtää ensin reitin kuvaan ja sen jälkeen kirjoittaa avaruusaluksen toiminnot askeleittain (1., 2., 3., …).



Pohdittavia kysymyksiä:

1) Kuinka monta astetta ja mihin suuntaan (vasen/oikea) avaruusalusta tulee kääntää, jotta sen keula osoittaisi suoraa pisteeseen B?
2) Mikä on lyhin reitti avaruusalukselta A pisteeseen B, jos matkalla ei olisi planeettoja?
3) Kuinka pitkä tämä lyhin reitti on? (vihje: Pythagoraan lause)
4) Kirjoita avaruusalukselle reitti pisteeseen C. (Pisteiden A ja C välillä on muuri, josta pääsee läpi vain yhdestä kohtaa.)

3. Taulukoiden käsittely

Taulukoita käytetään yrityksessä tiedon säilyttämiseen ja käsittelyyn. Tietojen muuttuessa ohjelmat suorittavat automaattisesti tietojen päivityksen. Jotta ohjelmat toimisivat oikein, täytyy ihmisten kuitenkin ohjelmoida toimenpiteet ohjelmaan.

Ryhmien on tarkoitus luoda algoritmi, joka päivittää ja ylläpitää taulukon tietoja. Taulukko päivittyy joka päivä työpäivän jälkeen. Taulukossa on kaksi saraketta, tunniste ja tarkenne. Tunniste on uniikki tunniste, jolla kyseistä tietoa käsitellään. Tarkenne sisältää tunnisteeseen tallennetun tiedon.

Taulukon päivittyessä tunniste ja tarkenne voivat

- päivittyä, jos tunniste pysyy samana mutta tarkenne muuttuu.
- poistua, jos tunnistetta ei ole enää muutostaulukossa.
- säilyä, jos tunniste ja tarkenne säilyvät muuttumattomina muutostaulukossa.
- syntyä, jos muutostaulukossa on uusi tunniste.

Ryhmille annetaan alkuperäinen taulukko A sekä ensimmäisenä tapahtuvat päivitykset taulukossa B.

1. Ryhmät tarkastelevat alkuperäistä taulukkoa sekä muutostaulukkoa. Taulukon jokainen rivi väritetään sen mukaan, mitkä taulukon tunnisteet päivittyvät, mitkä poistuvat, mitkä säilyvät, ja mitkä tunnisteet luodaan.
2. Ryhmät tekevät omiin muistiinpanoihin lopullisen taulukon, joka on päivitetty taulukon B mukaisesti.
3. Ryhmät aloittavat algoritmin suunnittelun pohtimalla, mitä alkuperäiselle taulukolle tulee tehdä päivityksen aikana. Tässä vaiheessa pohditaan esimerkiksi, mitä toimintoja päivityksessä tehdään ja missä järjestyksessä ne kannattaa suorittaa. Tässä kaikki voivat ideoida ja ideat kannattaa kirjoittaa ylös.
4. Pohdinnan jälkeen oppilaat kirjoittavat toimintonsa askeleittain (1., 2., …). Vinkki: algoritmiin voi käyttää esimerkiksi käskyjä ”päivitä rivi”, ”poista rivi ja ”luo rivi”.
5. Ryhmiä ohjeistetaan myös käyttämään ehtolausetta muodossa ”Jos …., niin …”.
6. Kun kaksi ryhmää saavat suunnitelmansa kirjoitettua, vaihtavat he suunnitelmansa keskenään.
7. **Opettaja jakaa uuden päivitystaulukon C**, jonka avulla ryhmät päivittävät alkuperäisen taulukon A käyttäen toisen ryhmän suunnitelmaa.
8. Ryhmä kirjoittaa taulukon C alapuolelle uuden päivitetyn taulukon sekä kommentteja, mikäli koodi ei toimi toivotusti.
9. Päivityksen jälkeen ryhmät korjaavat suunnitelmastansa löytyvät ongelmat.
10. Lopullinen suunniteltu koodi kirjoitetaan puhtaaksi ja palautetaan opettajalle.

Lisätehtävä:

11. Mitä muita tietoja tuotteista kauppa säilyttäisi taulukossa? Vinkki: Tuotteen myyntihinta, viivakoodi

4. <u>Ohjelmointi</u>

Ohjelmointitehtävä tehdään tietokoneilla. Jos käytettävissä on enemmän koneita kuin ryhmiä, voivat ryhmäläiset käyttää myös useampaa konetta, jolloin kaikkien osallistuminen on helpompaa.

Peli löytyy verkkosivuilta: https://app.slushsmackdown.com/

Jos opettajalla on ollut aikaa tutustua peliin etukäteen, voi opettaja näyttää ensin yhteisesti, kuinka peliä käytetään. Pelin ensimmäisellä sivulla on myös lyhyt yleinen videoesittely englanniksi.

Ryhmä vastaa ensin kysymyksiin etsien vastauksia ohjelmaa käyttämällä ja pohtimalla. Tämän jälkeen jokainen ryhmä tekee itselleen mahdollisimman hyvän ottelijan. Tunnin lopussa vastaukset kysymyksiin käydään läpi ja ryhmät kilpailevat keskenään, kuka on luonut parhaan ottelijan.

VINKKI: Toiset luokkalaiset löytää verkkosivulta kamppailuun haastamista varten hakemalla käyttäjänimeä käskyllä ctrl+f.

Pohdittavat kysymykset:

12. Millä käskyllä ottelija
    a. liikkuu eteenpäin
    b. lyö
    c. suojaa
    d. heittää?
13. Millä käskyllä ohjelman kirjoitus alkaa? Pohtikaa mitä se tarkoittaa.
14. Käskyissä voidaan käyttää myös ehtolauseita, millä käskyllä ottelija
    a. suojaa, jos etäisyys vastustajaan pienempi kuin 1
    b. liikkuu eteenpäin ja lyö, jos etäisyys vastustajaan on suurempi kuin 2, ja muussa tapauksessa hyppää?

Lisätehtävä:

Mikäli aikaa jää, kannattaa rohkaista oppilaita kokeilemaan raskaan sarjan versiota. Tässä kannattaa hyödyntää aiemmin pohdittuja kysymyksiä!

Arviointi:
Vertaisarviointi: Projektin jälkeen oppilaat arvoivat sekä omaa että muiden ryhmäläisten osallistumista projektityöskentelyyn esimerkiksi oheisella lomakkeella:

Nimi:

Asteikko: K = kiitettävä, H = hyvä, T = tyydyttävä, P = puutteita

	Oma arvio	Vertaisarvio	Vertaisarvio	Opettajan arvio
Oppilaan osuus työskentelyssä				

Projektin arvioinnissa voidaan huomioida ryhmätyöskentely, projektiin osallistuminen sekä projektin osissa valmistuvat algoritmit.

OPETTAJAN OHJE

Liite 1: Taulukoiden käsittelyn taulukot

Taulukko A: Alkuperäinen taulukko

Tunniste	Tarkenne
202	Skittles Original 61,5g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
507	Skittles Wild Berry 61g
527	Fazer Tutti Frutti Passion 180g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

Taulukko B: Päivitystaulukko

Tunniste	Tarkenne
167	Skittles Tropical 61g
202	Lakuliituskat 250g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
303	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
325	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
527	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

OPETTAJAN OHJE

Taulukko C: Päivitystaulukko 2

Tunniste	Tarkenne
123	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
202	Skittles Original 61,5g
294	Lakuliituskat 250g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
507	Skittles Wild Berry 61g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
812	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
858	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
914	Skittles Tropical 61g
980	Tikkari-Mix 500g

Tunniste	Tarkenne

L. OHJELMOINTIA YLÄKOULULAISILLE-PROJEKTI, PARANNELTU OPPILAIDEN OHJE

OPPILAIDEN OHJEET

Ohjelmoinnillinen ajattelu -projekti

- Opettaja jakaa luokan ryhmiin.
- Projekti on jaettu osiin, jotka suoritetaan järjestyksessä.
- Kirjoittakaa vastaukset kysymyksiin sekä muut muistiinpanot erilliselle palautettavalle paperille.

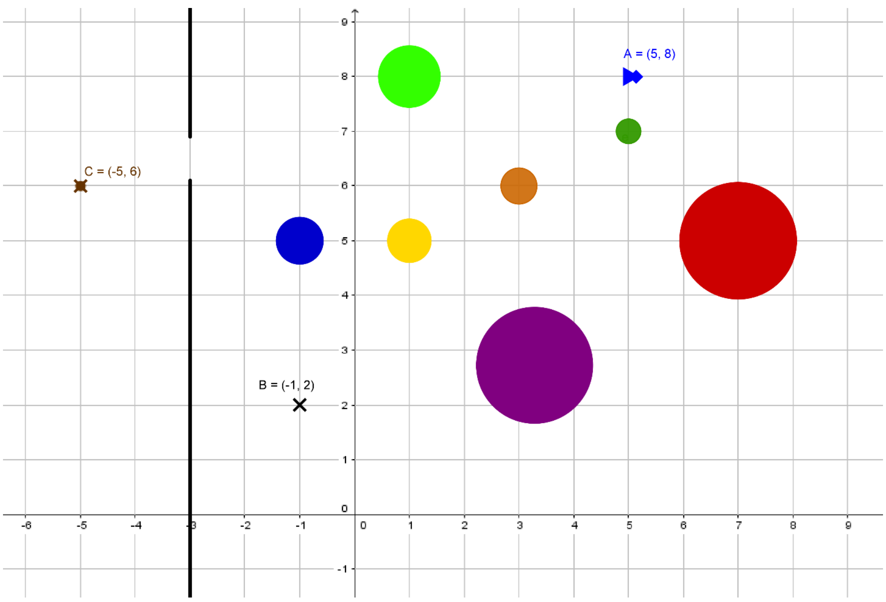
1. Pelillinen ajattelu

Seikkailupeleissä ohjataan usein hahmoa, joka liikkuu erilaisissa ympäristöissä. Tutustutaan, miten hahmo saadaan liikkumaan näytöllä käyttäjän antamien käskyjen mukaisesti tekemällä vastaavia käskyjä matemaattisessa muodossa.

- Kuvaan on merkitty avaruusalus pisteessä A sekä paikka B, johon avaruusaluksen tulisi siirtyä.
- Kuvaan on merkitty myös planeettoja ja muuri, joiden läpi ei voi liikkua.
- Avaruusaluksen keula osoittaa nuolen osoittamaan suuntaan.
- Avaruusaluksella voi liikkua vain keulan osoittamaan suuntaan sekä kääntyä vasemmalle ja oikealle.
- Kuvaajassa yhden ruudun mitta on 1 AU eli astronominen yksikkö.

Tehtävänänne on suunnitella avaruusalukselle reitti pisteestä A pisteeseen B. Reitti voi kulkea useamman pisteen kautta. Piirtäkää reitti kuvaan.

Kirjoittakaa reitti askeleittain (1. Käänny xx astetta vasemmalle, 2. Liiku yy AU eteenpäin, 3. …)



Reitin suunnittelun jälkeen vastatkaa kysymyksiin:

1) Kuinka monta astetta ja mihin suuntaan (vasen/oikea) avaruusalusta tulee kääntää, jotta sen keula osoittaisi suoraa pisteeseen B?
2) Mikä on lyhin reitti avaruusalukselta A pisteeseen B, jos matkalla ei olisi planeettoja?
3) Kuinka pitkä tämä lyhin reitti on?
4) Piirrä ja kirjoita avaruusaluksen reitti askeleittain pisteestä A pisteeseen C.

2. Taulukoiden käsittely

Taulukoita käytetään yrityksessä tiedon säilyttämiseen ja käsittelyyn. Tietoja kerätään kaikkialla, esimerkiksi kaupoissa, kirjastoissa ja kouluissa. Tietojen muuttuessa ohjelmat suorittavat automaattisesti tietojen päivityksen. Jotta ohjelmat toimisivat oikein, täytyy ihmisten kuitenkin ohjelmoida toimenpiteet ohjelmaan.

<u>Tehtävänänne on suunnitella algoritmi, joka päivittää kaupan makeistaulukkoa.</u>

- Taulukko päivittyy algoritmin mukaisesti.
- Liitteen taulukko A on alkuperäinen taulukko.
- Liitteen taulukossa B on ensimmäiset päivitykset.

Ohjeet:

1. Värittäkää taulukkoihin A ja B eri väreillä, mitkä taulukon tunnisteet:
   - **päivittyvät**,
   - **poistuvat** (Jos tunnistetta ei ole enää päivitystaulukossa, se poistetaan.)
   - **säilyvät**
   - **ovat uusia.**
2. Kirjoittakaa päivityksen jälkeen jäävä taulukko.
3. Pohtikaa yhdessä ja kirjoittakaa ylös, mitä toimintoja päivityksessä tehdään ja missä järjestyksessä ne tulisi tehdä. Miksi valitsitte tämän järjestyksen? Kaikki ideat kannattaa kirjoittaa ylös!
4. Tehkää sanallinen suunnitelma taulukon päivittämiseksi askeleittain (Esimerkiksi: 1. Päivitä tunnisteet, jos…, 2. …, …).

   VINKKI: Voitte hyödyntää myös ehtolausetta ”**Jos…, niin …** ”. Esimerkkinä ehtolauseesta:

   ”**Jos** tunniste 123 on taulukossa A ja taulukossa B, **niin** päivitä tarkenne”

Kun olette saaneet askeleittain kirjoitetut käskyt valmiiksi ja uskotte niiden toimivan:

5. Ilmoittakaa opettajalle ja vaihtakaa suunnitelmanne toisen ryhmän kanssa.
6. Opettaja jakaa uuden päivitystaulukon C.
7. Päivittäkää alkuperäinen taulukko A uuden päivitystaulukon C avulla käyttäen toisen ryhmän suunnitelmaa.
8. Kirjoittakaa tämä uusi päivitetty taulukko taulukon C alapuolelle. Voitte kirjoittaa myös kommentteja toiselle ryhmälle, jos käskyt eivät toimi halutusti.
9. Palauttakaa taulukko C ja kommentit toiselle ryhmälle.
10. Mikäli käskyissä oli ongelmia, korjatkaa ongelmat.

Lisätehtävä:

11. Mitä muita tietoja tuotteista kauppa säilyttäisi taulukossa? Esimerkiksi tuotteen viivakoodin, keksittekö muita?
12. Missä muualla voidaan kerätä tietoja taulukoihin?

3. Ohjelmoinnin alkeet

- Menkää verkkosivulle: https://app.slushsmackdown.com/
- Luokaa verkkosivuilla ryhmällenne ottelija. Kirjoittakaa ylös ottelijan nimi ja salasana myöhempää käyttöä varten.
- Etsikää vastauksia kysymyksiin ohjelmaa käyttämällä ja pohtimalla.

Pohdittavat kysymykset:

13. Millä käskyllä ottelija
    a) liikkuu eteenpäin
    b) lyö
    c) suojaa
    d) heittää?

14. Millä käskyllä ohjelman kirjoitus alkaa? Pohtikaa mitä se tarkoittaa.
15. Käskyissä voidaan käyttää myös ehtolauseita, millä käskyllä ottelija
    a) suojaa, jos etäisyys vastustajaan pienempi kuin 1
    b) liikkuu eteenpäin ja lyö, jos etäisyys vastustajaan on suurempi kuin 2, ja muussa tapauksessa hyppää?

Kun olette vastanneet kaikkiin kysymyksiin:

- Tehkää itselleen mahdollisimman hyvä ottelija. Tunnin lopussa ryhmät kilpailevat keskenään, kuka on luonut parhaan ottelijan.

VINKKI: Toiset luokkalaiset löytää verkkosivulta kamppailuun haastamista varten hakemalla käyttäjänimeä käskyllä ctrl+f.

Lisätehtävä:

Kokeilkaa raskaan sarjan peliä, jossa kirjoitatte käskyt javascriptillä.

Liite 1: Taulukoiden käsittelyn taulukot

Taulukko A: Alkuperäinen taulukko

Tunniste	Tarkenne
202	Skittles Original 61,5g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
507	Skittles Wild Berry 61g
527	Fazer Tutti Frutti Passion 180g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

Taulukko B: Päivitystaulukko

Tunniste	Tarkenne
167	Skittles Tropical 61g
202	Lakuliituskat 250g
218	Halva Pommix Hedelmä 100g
303	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
325	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Cloetta Hedelmälaku Duot 500g
527	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
858	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
914	Malaco Gott & Blandat Original 550g
980	Tikkari-Mix 500g

Taulukko C: Päivitystaulukko 2

Tunniste	Tarkenne
123	Kouvolan Lakritsi Lakumakeinen 200g
202	Skittles Original 61,5g
294	Lakuliituskat 250g
378	Panda Lakumix Sunny 250g
495	Fazer Kina Snacks Wafer 160g
507	Skittles Wild Berry 61g
715	Cloetta Ako Mint toffee 120g
812	Haribo Sydänvaahtokarkki 175g
858	Cloetta Ahlgrens Original Bilar vaahtomakeiset 125g
914	Skittles Tropical 61g
980	Tikkari-Mix 500g

Tunniste	Tarkenne